



Proves d'Accés a la Universitat. Curs 2010-2011

Matemàtiques

Sèrie 2

Responeu a CINC de les sis qüestions següents. En les respostes, expliqueu sempre què és el que voleu fer i per què.

Cada qüestió val 2 punts.

Podeu utilitzar calculadora, però no es poden fer servir calculadores o altres aparells que portin informació emmagatzemada o que puguin transmetre o rebre informació.

1. Donada la matriu $M = \begin{pmatrix} k+1 & 1 & 1 \\ 0 & k-2 & 1 \\ 0 & k-2 & -k \end{pmatrix}$:

a) Calculeu els valors del paràmetre k per als quals la matriu M no és invertible.

b) Per a $k=0$, calculeu M^{-1} .

[1 punt per cada apartat]

2. Donada la recta $\left. \begin{array}{l} 2x - y + 3z = 2 \\ x + z + 1 = 0 \end{array} \right\}$, calculeu l'equació general (és a dir, de la forma $Ax + By + Cz + D = 0$) del pla perpendicular a la recta que passa pel punt $P = (1, 0, -1)$.

[2 punts]

3. Donada la funció $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$:

a) Determineu la relació que han de complir els paràmetres a , b i c perquè $f(x)$ tingui un extrem relatiu en el punt d'abscissa $x = -1$.

b) Calculeu el valor del paràmetre a perquè hi hagi un punt d'inflexió de la funció $f(x)$ en el punt d'abscissa $x = 0$.

c) Determineu la relació entre els paràmetres a , b i c sabent que la gràfica de $f(x)$ talla l'eix OX en el punt d'abscissa $x = -2$.

d) Calculeu el valor dels paràmetres a , b i c perquè es compleixin les tres propietats anteriors alhora.

[0,5 punts per cada apartat]

4. Sigui la matriu $A = \begin{pmatrix} -1/2 & -\sqrt{3}/2 & 0 \\ \sqrt{3}/2 & -1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

a) Calculeu A^2 i A^3 .

b) Deduïu el valor de A^{101} .

NOTA: Trebal·leu amb radicals; no utilitzeu la representació decimal dels elements de la matriu.

[1 punt per cada apartat]

5. Considereu la recta $r: \frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{-1} = z-a$ i el pla $\pi: 2x+y-5z=5$.

a) Estudieu la posició relativa de la recta r i el pla π en funció del paràmetre a .

b) Quan $a=3$, calculeu la distància de la recta r al pla π .

[1 punt per cada apartat]

6. Sigui $f(a) = \int_0^{1/a} (a^2 + x^2) dx$ per $a > 0$.

a) Comproveu que $f(a) = \frac{1}{3a^3} + a$.

b) Calculeu el valor del paràmetre a perquè la funció $f(a)$ tingui un mínim relatiu.

[1 punt per cada apartat]

