



## Proves d'Accés a la Universitat. Curs 2010-2011

---

### Matemàtiques

#### Sèrie 1

---

Responeu a CINC de les sis qüestions següents. En les respostes, expliqueu sempre què és el que voleu fer i per què.

Cada qüestió val 2 punts.

Podeu utilitzar calculadora, però no es poden fer servir calculadores o altres aparells que portin informació emmagatzemada o que puguin transmetre o rebre informació.

---

- Donada la recta  $r: \begin{cases} 2x - y + 3z = 2 \\ x + z + 1 = 0 \end{cases}$ :
  - Trobeu-ne un vector director.
  - Calculeu l'equació contínua de la recta paral·lela a  $r$  que passa pel punt  $P = (1, 0, -1)$ .  
[1 punt per cada apartat]
- Si tenim la matriu invertible  $A$  i l'equació matricial  $X \cdot A + B = C$ :
  - Aïlleu la matriu  $X$ .
  - Trobeu la matriu  $X$  quan  $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$  i  $C = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ .  
[1 punt per cada apartat]
- Definim les funcions  $f(x) = a(1 - x^2)$  i  $g(x) = \frac{x^2 - 1}{a}$ , en què  $a > 0$ .
  - Comproveu que l'àrea del recinte limitat per les gràfiques de les funcions és:
$$\frac{4(1 + a^2)}{3a}$$
  - Calculeu el valor del paràmetre  $a$  perquè aquesta àrea sigui mínima.  
[1 punt per cada apartat]

4. Considereu el sistema d'equacions següent:

$$\left. \begin{aligned} x + 2y - az &= -3 \\ 2x + (a - 5)y + z &= 4a + 2 \\ 4x + (a - 1)y - 3z &= 4 \end{aligned} \right\}$$

**a)** Calculeu els valors del paràmetre  $a$  perquè el sistema no sigui compatible determinat.

**b)** Hi ha algun valor de  $a$  per al qual  $x = 1$ ,  $y = -3$ ,  $z = -1$  sigui l'única solució del sistema?

[1 punt per cada apartat]

5. Siguin  $r_1 : x - 2 = \frac{y - 3}{2} = \frac{1 - z}{2}$  i  $r_2 : \frac{x + 3}{2} = y + 1 = \frac{z + 1}{2}$ .

**a)** Comproveu que  $r_1$  i  $r_2$  són perpendiculars.

**b)** Comproveu que es tallen mitjançant la determinació del punt de tall.

[1 punt per cada apartat]

6. Sigui  $f(x) = x^2 \cdot e^{-ax}$  quan  $a \neq 0$ .

**a)** Calculeu el valor de  $a$  perquè aquesta funció tingui un extrem relatiu en el punt d'abscissa  $x = 2$ .

**b)** Quan  $a = 2$ , classifiqueu-ne els extrems relatius.

[1 punt per cada apartat]





## Proves d'Accés a la Universitat. Curs 2010-2011

### Matemàtiques

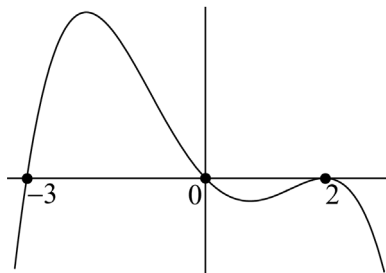
#### Sèrie 4

Responeu a CINC de les sis qüestions següents. En les respostes, expliqueu sempre què és el que voleu fer i per què.

Cada qüestió val 2 punts.

Podeu utilitzar calculadora, però no es poden fer servir calculadores o altres aparells que portin informació emmagatzemada o que puguin transmetre o rebre informació.

1. Calculeu l'àrea del recinte limitat per les corbes d'equació  $f(x) = x^2 - x + 2$  i  $g(x) = 5 - 3x$ .  
[2 punts]
2. Donat el pla  $\pi: 2x + y - z = 5$ :
  - a) Calculeu l'equació del pla paral·lel al pla  $\pi$  que passa pel punt  $P = (1, 0, -1)$ .
  - b) Determineu també la distància entre el punt  $P$  i el pla  $\pi$ .[1 punt per cada apartat]
3. La gràfica corresponent a la derivada d'una funció  $f(x)$  és la següent:



- a) Expliqueu raonadament quins valors de  $x$  corresponen a màxims o a mínims relatius de  $f(x)$ .
  - b) Determineu els intervals de creixement i decreixement de la funció  $f(x)$ .
- [1,5 punts per l'apartat a; 0,5 punts per l'apartat b]

4. Analitzeu, segons els valors del paràmetre  $k$ , el caràcter (és a dir, si és compatible o no i si és determinat o no) del sistema d'equacions següent:

$$\begin{cases} 2x + y - z = k - 4 \\ (k - 6)y + 3z = 0 \\ (k + 1)x + 2y = 3 \end{cases}$$

[2 punts]

5. Calculeu l'equació general (és a dir, de la forma  $Ax + By + Cz + D = 0$ ) dels plans que

contenen la recta  $r: \begin{cases} y = 2 \\ z = 1 \end{cases}$  i que formen un angle de  $45^\circ$  amb el pla  $z = 0$ .

[2 punts]

6. Dins d'un triangle rectangle, de catets 3 i 4 cm, hi ha un rectangle. Dos costats del rectangle estan situats en els catets del triangle i un dels vèrtexs del rectangle és a la hipotenusa del triangle.

**a)** Feu un esbós de la situació descrita.

**b)** Si  $x$  és la longitud del costat del rectangle que està situat en el catet petit i  $y$  és l'altre costat del rectangle, comproveu que es compleix que  $4x + 3y = 12$ .

**c)** Determineu les dimensions del rectangle perquè l'àrea sigui màxima.

[0,5 punts per l'apartat a; 0,5 punts per l'apartat b; 1 punt per l'apartat c]

