



PAU. Curs 2005-2006

A continuació trobareu l'enunciat de quatre qüestions i de dos problemes. Trieu només tres de les quatre qüestions per respondre i un dels dos problemes per resoldre. En les respostes que doneu heu d'explicar sempre què us proposeu de fer i per què. Podeu fer servir qualsevol mena de calculadora, llevat de les que treballin amb un sistema operatiu d'ordinador tipus WINDOWS/LINUX.

Puntuació de cada qüestió: 2 punts.

Total de qüestions i puntuació: $3 \times 2 = 6$ punts.

Puntuació del problema: 4 punts.

Qüestions

1. Trobeu les coordenades dels punts situats sobre la recta d'equació $(x,y,z) = (-1,1,1) + t \cdot (1,2,1)$ que estan a distància 1 del pla $2x + 2y + z = 5$.

[Puntuació: 2 punts]

2. Esbrineu si el sistema següent pot ser compatible indeterminat per a algun valor del paràmetre m .

$$\left. \begin{aligned} x + 3y + 2z &= 0 \\ 2x + 4y + 3z &= 0 \\ x + y + mz &= 0 \end{aligned} \right\}$$

És incompatible per a algun valor de m ?

[Puntuació: 2 punts]

3. Donades les matrius $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ i $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}$

- a) Calculeu $A \cdot B$ i $B \cdot A$.
- b) Comproveu que $(A + B)^2 = A^2 + B^2$.

[Puntuació: apartat a) 1 punt; apartat b) 1 punt. Total: 2 punts]

4. Trobeu el domini i les asímptotes de la funció definida per $f(x) = \frac{x^2 - 4x + 1}{x - 1}$.

[Puntuació: 0,5 punts pel càlcul del domini i 1,5 pel de les asímptotes. Total: 2 punts]

Problemes

5. Una recta r passa pel punt $A = (3,0,2)$ i té la direcció del vector $(-1,1,4)$.
- a) Trobeu quin angle forma r amb el pla horitzontal.
 - b) Comproveu que no passa pel punt $B = (1,3,10)$.
 - c) Trobeu l'equació de la recta que passa per A i B .

[Puntuació: apartat a) 1,5 punts; apartat b) 1 punt; apartat c) 1,5 punts. Total: 4 punts]

6. Considereu la funció $f(x) = x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + 7$.
- a) Calculeu c sabent que la seva recta tangent en el punt d'abscissa $x = 0$ és horitzontal.
 - b) Per al valor de c trobat a l'apartat anterior, calculeu a i b sabent que aquesta funció té un extrem relatiu en el punt d'abscissa $x = -2$ i que talla l'eix OX quan $x = 1$.
 - c) Per als valors obtinguts als altres apartats, calculeu els intervals on la funció creix i decreix, els seus extrems relatius i feu una representació gràfica aproximada.

[Puntuació: apartat a) 1 punt; apartat b) 1 punt; apartat c) 2 punts. Total: 4 punts]



PAU. Curs 2005-2006

A continuació trobareu l'enunciat de quatre qüestions i de dos problemes. Trieu només tres de les quatre qüestions per respondre i un dels dos problemes per resoldre. En les respostes que doneu heu d'explicar sempre què us proposeu de fer i per què. Podeu fer servir qualsevol mena de calculadora, llevat de les que treballin amb un sistema operatiu d'ordinador tipus WINDOWS/LINUX.

Puntuació de cada qüestió: 2 punts.

Total de qüestions i puntuació: $3 \times 2 = 6$ punts.

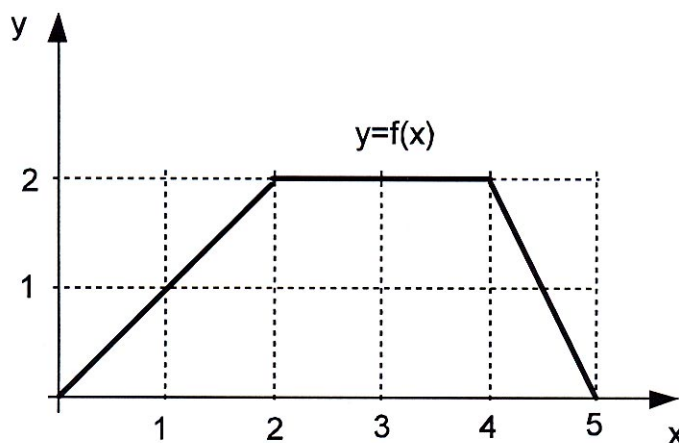
Puntuació del problema: 4 punts.

Qüestions

1. Considereu la funció definida per $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x + 1}$. Calculeu quant val el pendent de la recta tangent a la seva gràfica pel punt d'abscissa $x = 0$. Trobeu si hi ha altres punts en els quals el pendent de la tangent sigui igual al que s'ha obtingut.

[Puntuació: 2 punts]

2. Considereu la funció $y = f(x)$ definida per a $x \in [0,5]$ que apareix dibuixada a la figura adjunta.



a) Quina és l'expressió de la seva funció derivada quan existeix?

b) Calculeu $\int_0^3 f(x) dx$.

[Puntuació: apartat a) 1 punt; apartat b) 1 punt. Total: 2 punts]

3. Determineu l'equació del pla perpendicular a la recta $r : \begin{cases} x - y - 1 = 0 \\ x + z + 2 = 0 \end{cases}$ que passa pel punt $(1, 1, 2)$. Quina distància hi ha d'aquest pla a l'origen de coordenades?

[Puntuació: 2 punts]

4. Sigui la matriu $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 4 & 1 & -m \\ 0 & m & 3 \end{pmatrix}$. Determineu els valors de m per als quals

$\text{rang}(A) < 3$. Pot ser $\text{rang}(A) = 1$ per a algun valor de m ?

[Puntuació: 2 punts]

Problemes

5. Donada la funció $f(x) = e^{-x^2 + 2x}$.

- Trobeu el seu domini i les possibles interseccions amb els eixos.
- Trobeu els intervals on creix i decreix i els extrems relatius.
- Trobeu les possibles asímptotes.
- Feu la representació gràfica aproximada de la funció.

[Puntuació: cada apartat val 1 punt. Total: 4 punts]

6. Considereu la recta $r : \begin{cases} 2x - 5y - z - 3 = 0 \\ x - 3y - z - 2 = 0 \end{cases}$ i el pla $p: 2x - y + az + 2 = 0$ on a és

un paràmetre.

- Trobeu un vector director de la recta i un vector perpendicular al pla.
- Quin ha de ser el valor de a per tal que la recta i el pla siguin paral·lels?
- Esbrineu si existeixen valors de a per als quals la recta i el pla siguin perpendiculars. En cas afirmatiu, calculeu-los.
- Esbrineu si existeixen valors de a per als quals la recta i el pla formin un angle de 30° . En cas afirmatiu, calculeu-los.

[Puntuació: cada apartat val 1 punt. Total: 4 punts]