

Sistemes d'equacions

1998 - Sèrie 3 - Qüestió 4

Discuti el sistema d'equacions

$$\left. \begin{array}{l} ax - y + 2z = (2 - a) \\ 2x + 3y - z = -3a \\ x + 2y - z = -2a \end{array} \right\}$$

segons els valors del paràmetre a .

[2 punts]

1999 - Sèrie 1 - Qüestió 1

Resoleu el sistema següent per als valors de k que el facin compatible

$$\left. \begin{array}{l} x + 2y = 3 \\ 2x - y = 1 \\ 4x + 3y = k \end{array} \right\}$$

[2 punts]

2000 - Sèrie 1 - Qüestió 3

Donat el sistema d'equacions

$$\left. \begin{array}{l} 3x - 2y + z = 5 \\ 2x - 3y + z = 4 \end{array} \right\}$$

- Afegiu-hi una equació lineal de manera que el sistema resultant sigui incompatible.
- Afegiu-hi una equació lineal de manera que el sistema resultant sigui compatible indeterminat. Resoleu el sistema que s'obtingui.

[2 punts]

2000 - Sèrie 3 - Qüestió 3

Se sap que el sistema d'equacions

$$\left. \begin{array}{r} x + y - az = -2 \\ 2x + y - 8z = -1 \\ -x - 2y + 10z = 5 \end{array} \right\}$$

té més d'una solució.

Calculeu a i digueu quina és la interpretació geomètrica que té el conjunt de totes les solucions d'aquest sistema.

[2 punts]

2003 - Sèrie 2 - Qüestió 4

Per a quin o quins valors del paràmetre real λ el sistema d'equacions

$$\left. \begin{array}{r} x + 2y + (\lambda + 2)z = 0 \\ x + (2\lambda)y + 3z = 9 \\ 2x - z = 4 \end{array} \right\}$$

és compatible i indeterminat?

[2 punts]

2003 - Sèrie 5 - Qüestió 4

Considerem el sistema d'equacions

$$\left. \begin{array}{r} ax + y + z = a + 1 \\ 2x - y + az = a + 2 \\ x - y + z = 4 \end{array} \right\}$$

on a és un paràmetre.

Si $x = 1$, $y = -1$, $z = 2$ és una solució, quin és el valor del paràmetre a ?

[2 punts]

2004 - Sèrie 1 - Qüestió 1

La matriu ampliada d'un sistema d'equacions lineals, un cop reduïda pel mètode de Gauss, és

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right).$$

- El sistema, és compatible o incompatible? Raoneu la resposta.
- En cas que sigui compatible resoleu-lo.

[Puntuació: apartat a) 1 punt; apartat b) 1 punt. Total: 2 punts]

2004 - Sèrie 3 - Problema 5

Donat el sistema

$$\left. \begin{array}{r} y + z = 2 \\ -2x + y + z = -1 \\ (2 - 2m)x + (2m - 2)z = 4 \end{array} \right\},$$

on m és un paràmetre:

- discuti el sistema segons els valors de m ;
- resoleu els casos compatibles;
- en cada un dels casos de la discussió de l'apartat a), feu una interpretació geomètrica del sistema.

[Puntuació: apartat a) 1,5 punts; apartat b) 1,5 punts; apartat c) 1 punt. Total 4 punts]

2005 - Sèrie 1 - Qüestió 1

Considereu el sistema següent en funció del paràmetre real a :

$$\begin{cases} x - ay = 1 \\ ax + y = 3 \end{cases}$$

- Discuti-lo en funció del paràmetre a .
- Resoleu els casos compatibles.

[Puntuació: apartat a) 1 punt; apartat b) 1 punt. Total: 2 punts]

2005 - Sèrie 3 - Qüestió 1

En un sistema hi ha, entre d'altres, aquestes dues equacions:

$$x + 2y - 3z = 5 \quad \text{i} \quad 2x + 4y - 6z = -2.$$

Què podeu dir de les solucions del sistema?

[2 punts]

2005 - Sèrie 4 - Problema 5

De tres nombres, x, y, z , sabem el següent: que el primer més el segon sumen 0; que el primer més el tercer sumen 1; que la suma de tots tres és 0 i, per acabar, que el primer multiplicat per un nombre k més el doble de la suma del segon i del tercer dóna 1.

- Què podeu dir del valor de k ?
- Quant valen els tres nombres?

[Puntuació: apartat a) 2 punts; apartat b) 2 punts. Total: 4 punts]

2006 - Sèrie 1 - Qüestió 2

Esbrineu si el sistema següent pot ser compatible indeterminat per a algun valor del paràmetre m .

$$\left. \begin{array}{l} x + 3y + 2z = 0 \\ 2x + 4y + 3z = 0 \\ x + y + mz = 0 \end{array} \right\}$$

És incompatible per a algun valor de m ?

[2 punts]

2008 - Sèrie 2 - Qüestió 3

Discuti el sistema d'equacions lineals següent en funció dels valors del paràmetre m .

$$\left\{ \begin{array}{l} x + y + (m-1)z = 1 \\ x + (m-1)y + z = m-1 \\ (m-1)x + y + z = m+2 \end{array} \right.$$

[2 punts]

2008 - Sèrie 4 - Qüestió 3

Considereu un sistema de dues equacions amb tres incògnites.

- a) Pot ser incompatible?
- b) Pot ser compatible determinat?

Raoneu les respostes.

[1 punt per cada apartat]

2008 - Sèrie 5 - Problema 5

Considereu el sistema d'equacions següent:

$$\begin{cases} 2x + y - (a-1)z = 4 \\ x - 2y + z = -4 \\ 4x - (a+1)y + z = -2a \end{cases}$$

- a) Discutiu-lo en funció del paràmetre a .
- b) Resoleu-lo quan sigui compatible indeterminat.
- c) En el cas de l'apartat anterior, trobeu una solució del sistema en què x , y i z tinguin valors enters.

[2,5 punts per l'apartat a; 1 punt per l'apartat b; 0,5 punts per l'apartat c]

2009 - Sèrie 3 - Qüestió 3

Donat el sistema $\begin{cases} x + py = p \\ px + y = p \end{cases}$:

- a) Discutiu-ne el caràcter en funció del paràmetre p .
- b) Resoleu-lo quan $p = 2$.

[1,5 punts per l'apartat a; 0,5 punts per l'apartat b]

2009 - Sèrie 4 - Qüestió 4

En la resolució pel mètode de Gauss d'un sistema de tres equacions amb tres incògnites ens hem trobat amb la matriu següent:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 3 & -5 & 2 & -5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & -6 & 6 \end{array} \right)$$

- Expliqueu, raonadament, quin és el caràcter del sistema inicial.
- Si és compatible, trobeu-ne la solució.

[1 punt per cada apartat]

2010 - Sèrie 1 - Qüestió 2

Donat el sistema d'equacions lineals
$$\left. \begin{array}{l} x + 2y - z = -1 \\ 2x + y + z = 4 \\ x - y + (p - 3)z = 5 \end{array} \right\} :$$

- Estudieu-ne el caràcter (és a dir, si és compatible o no i si és determinat o no) en funció del paràmetre p .
- Comproveu que si $p \neq 5$ la solució del sistema no depèn del valor d'aquest paràmetre.

[1,5 punts per l'apartat a; 0,5 punts per l'apartat b]

2010 - Sèrie 4 - Qüestió 4

Hem escalonat la matriu ampliada d'un sistema d'equacions lineals, $A \cdot X = b$, i hem obtingut:

$$(A|b) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & 3 & 2 \\ 0 & a+2 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & a-1 & 3 \end{array} \right)$$

- Discutiueu aquest sistema en funció del paràmetre a .
- Resoleu-lo quan $a = 2$.

[1,5 punts per l'apartat a; 0,5 punts per l'apartat b]

2010 - Sèrie 5 - Qüestió 1

Considerem un sistema qualsevol de dues equacions amb tres incògnites. Responem raonadament a les qüestions següents:

- És possible que el sistema considerat sigui compatible determinat?
- Pot ser incompatible?

[1 punt per cada apartat]

2011 - Sèrie 1 - Qüestió 4

Considerem el sistema d'equacions següent:

$$\left. \begin{array}{r} x + 2y - az = -3 \\ 2x + (a-5)y + z = 4a+2 \\ 4x + (a-1)y - 3z = 4 \end{array} \right\}$$

- Calculeu els valors del paràmetre a perquè el sistema no sigui compatible determinat.
- Hi ha algun valor de a per al qual $x = 1$, $y = -3$, $z = -1$ sigui l'única solució del sistema?

[1 punt per cada apartat]

2011 - Sèrie 4 - Qüestió 4

Analitzeu, segons els valors del paràmetre k , el caràcter (és a dir, si és compatible o no i si és determinat o no) del sistema d'equacions següent:

$$\left\{ \begin{array}{l} 2x + y - z = k - 4 \\ (k - 6)y + 3z = 0 \\ (k + 1)x + 2y = 3 \end{array} \right.$$

[2 punts]

2012 - Sèrie 4 - Qüestió 3

Considerem el sistema d'equacions lineals següent:

$$\left. \begin{aligned} x + y - 3z &= 2 \\ 2x + ay - 5z &= 2a + 3 \\ 2x - 3y + (a - 2)z &= 9 \end{aligned} \right\}$$

- Calculeu el valor o els valors del paràmetre a per al qual o per als quals el sistema és compatible indeterminat.
- Quantes solucions té aquest sistema quan $a = -3$?

[1,5 punts per l'apartat a; 0,5 punts per l'apartat b]

2013 - Sèrie 4 - Qüestió 1 (amb z)

Sabem que el vector $(2, 1, -1)$ és una solució del sistema

$$\left. \begin{aligned} ax + by + cz &= a + c \\ bx - y + bz &= a - b - c \\ cx - by + 2z &= b \end{aligned} \right\}$$

Calculeu el valor dels paràmetres a , b i c .

[2 punts]

2013 - Sèrie 4 - Qüestió 1 (amb x)

Sabem que el vector $(2, 1, -1)$ és una solució del sistema

$$\left. \begin{aligned} ax + by + cz &= a + c \\ bx - y + bz &= a - b - c \\ cx - by + 2x &= b \end{aligned} \right\}$$

Calculeu el valor dels paràmetres a , b i c .

[2 punts]

2013 - Sèrie 5 - Qüestió 2

La matriu de coeficients d'un sistema d'equacions lineals homogeni és

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 2 & 1-a & 0 \\ 4 & 1 & 2a+2 \end{pmatrix}$$

- Per a quins valors del paràmetre a el sistema té una sola solució? Quina és aquesta solució única?
- Resoleu el sistema si $a = 2$.

[2 punts]

2014 - Sèrie 3 - Qüestió 1

Considerem la matriu $M = \begin{pmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & a+1 & (a+1)^2 \\ 1 & a-1 & (a-1)^2 \end{pmatrix}$, per a $a \in \mathbb{R}$.

- Calculeu el rang de la matriu M en funció dels valors del paràmetre a .
- Discuti i resoleu el sistema d'equacions lineals

$$M \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

segons els valors del paràmetre a .

[2 punts. 1 punt cada apartat]

2014 - Sèrie 4 - Qüestió 2

Responen a les qüestions següents:

- a) Discutiu el sistema d'equacions lineals

$$\begin{cases} (k-1)y + (k^2-1)z = 0 \\ (4k+1)x - y - 7z = 1 \\ x + y + z = 0 \end{cases}$$

en funció dels valors de k .

- b) Resoleu el sistema per a $k = 1$.

[2 punts. 1 punt cada apartat]

2014 - Sèrie 5 - Qüestió 3

Considereu el sistema d'equacions lineals $\begin{cases} mx - y = m \\ 3x + (m-4)y = m+2 \end{cases}$, per a $m \in \mathbb{R}$.

- a) Discutiu el sistema d'equacions per als diferents valors del paràmetre m .
b) Resoleu el sistema en aquells casos en què el sistema sigui compatible.

[2 punts. 1 punt cada apartat]

2015 - Sèrie 2 - Qüestió 1

Considereu el sistema d'equacions lineals següent:

$$\begin{cases} -3x + 2y + 3z = 0 \\ (a-2)y - 3z = 0 \\ -x - y + (-a-3)z = 0 \end{cases}$$

- a) Calculeu per a quins valors del paràmetre a el sistema té més d'una solució.
b) Resoleu el sistema per al cas $a = -3$.

[2 punts. 1 punt cada apartat]