

Aplicacions de les derivades

1998 - Sèrie 2 - Qüestió 4

Trobeu el punt de la gràfica $y = x + \ln x$ tal que la recta tangent sigui perpendicular a la recta $2x + 6y = 5$.

[2 punts]

1998 - Sèrie 2 - Problema 1

Sigui $f(x) = \frac{x+5}{x^2-9}$

- Trobeu l'equació de la recta tangent a la gràfica de $f(x)$ en el punt d'abscissa $x = 2$.
- Estudieu el domini de definició de $f(x)$ i les asímptotes.
- Estudieu els intervals de creixement i decreixement. Feu-ne la representació gràfica.

[4 punts. 1 punt els apartats a i b. 2 punts l'apartat c]

1998 - Sèrie 3 - Qüestió 4

En quin punt de la corba $f(x) = \ln x$ la recta tangent és paral·lela a la corda AB determinada pels punts $A = (1, 0)$ i $B = (e, 1)$.

[2 punts]

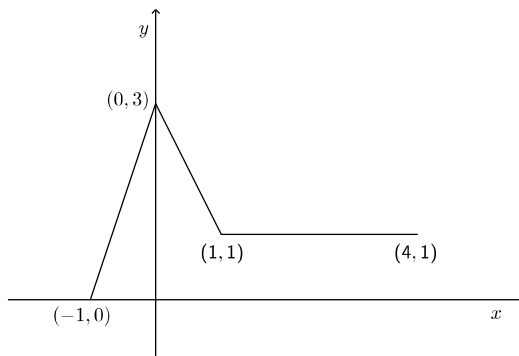
1998 - Sèrie 6 - Qüestió 2

Sigui $f(x) = x^3 + ax^2 + 3x + 5b$. Trobeu els valors de a i b de manera que la gràfica de $f(x)$ tingui la tangent horitzontal per a $x = 1$ i, a més, la corba passi pel punt $(-1, -8)$.

[2 punts]

1999 - Sèrie 2 - Qüestió 1

La gràfica d'una funció és la que hi ha en el dibuix següent. Quina és la gràfica de la seva funció derivada? En quins punts és discontinua la derivada?



[2 punts]

1999 - Sèrie 2 - Problema 1

Considereu la funció $f(x) = \frac{1}{8x - x^2}$

- Trobeu el domini de $f(x)$ i les asímptotes.
- Determineu el signe de la funció en el seu domini (determinar el signe de $f(x)$ vol dir establir per a quins valors de x es compleix $f(x) \geq 0$ i per a quins $f(x) \leq 0$).
- Trobeu-ne els intervals de creixement i decreixement i els extrems relatius.
- Feu un esquema de la gràfica de la funció.

[4 punts]

1999 - Sèrie 6 - Problema 1

Considereu la funció $y = f(x) = \frac{x^2 - x}{x + 1}$

- Feu un estudi de les seves asímptotes.
- Calculeu els punts en què aquesta funció té extrem relatiu i digueu per a quins intervals del domini la funció és creixent.
- Feu un esbós de la gràfica de la funció a partir de les dades obtingudes en els apartats anteriors.

[4 punts]

2000 - Sèrie 1 - Qüestió 1

Calculeu els valors de a tals que les tangents a la gràfica de la funció $f(x) = ax^3 + 2x^2 + 3$ en els punts d'abscisses $x = 1$ i $x = -1$ siguin perpendiculars entre si.

[2 punts]

2000 - Sèrie 2 - Qüestió 1

- a) Trobeu els extrems relatius de la funció polinòmica

$$f(x) = x^3 - \frac{3}{2}x^2 - 6x - 3$$

i calculeu els valors de $f(x)$ en aquests punts. A partir d'aquestes dades, feu un dibuix aproximat de la seva gràfica.

- b) Demostreu que l'equació $x^3 - \frac{3}{2}x^2 - 6x - 3 = 0$ té, exactament, tres solucions reals.

[2 punts]

2000 - Sèrie 3 - Qüestió 2

Determineu els punts de la gràfica de $f(x) = x^4 + 5x$ on la recta tangent és paral·lela a la bisectriu del primer quadrant. Calculeu l'equació d'aquestes rectes tangents.

[2 punts]

2000 - Sèrie 3 - Problema 1

Considereu la funció $f(x) = \frac{x^2}{x+a}$, on a és un paràmetre.

- a) Calculeu a sabent que la recta $y = x + 2$ és una asímptota obliqua d'aquesta funció.
- b) Prenent el valor de a obtingut en l'altre apartat, calculeu el domini, les interseccions de la gràfica amb els eixos, els intervals de creixement i decreixement i els extrems relatius de la funció f . Feu una gràfica aproximada d'aquesta funció a partir de les dades que heu obtingut.

[4 punts]

2000 - Sèrie 6 - Qüestió 1

D'una funció $y = f(x)$, sabem

- El seu domini de definició és tot \mathbb{R} .
- La seva funció derivada és

$$f'(x) = \begin{cases} 2 & \text{si } x < 1 \\ -1 & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

- $f(x)$ és contínua en tot punt i $f(-1) = 2$.

Determineu el valor de $f(1)$ i dibuixeu la gràfica de la funció $f(x)$.

[2 punts]

2000 - Sèrie 6 - Qüestió 2

Donada la funció $f(x) = \frac{x+1}{e^x}$, determineu l'equació de la recta tangent a la seva gràfica en el punt on s'anul·la la segona derivada.

[2 punts]

2001 - Sèrie 2 - Problema 2

Considereu la funció $f(x) = \frac{x^2 - 2x}{2x^2 + 1}$

- Determineu les seves asímptotes.
- Calculeu els intervals on creix i on decreix, i els extrems relatius.
- D'acord amb els resultats que heu obtingut, dibuixeu aproximadament la seva gràfica.
- Fixant-vos en la gràfica anterior, expliqueu quina seria la gràfica de la funció $g(x) = -f(x) + 3$ (feu-ne un esquema). En quins punts té màxims la funció $g(x)$?

[4 punts]

2001 - Sèrie 4 - Qüestió 3

Considerem la funció definida per

$$f(x) = \begin{cases} e^{ax} & \text{si } x \leq 0 \\ 2x + 1 & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

on a és un nombre real.

- Calculeu $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ i comproveu que $f(x)$ és contínua en $x = 0$.
- Per a quin valor del paràmetre a la funció $f(x)$ és derivable en $x = 0$?

[2 punts]

2001 - Sèrie 5 - Qüestió 1

Per a cada valor del paràmetre $a \in \mathbb{R}$, considereu la funció

$$f(x) = x + \frac{3-a}{x}$$

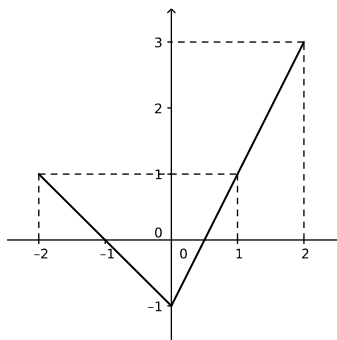
(definida per a tots els valors de x diferents de 0).

- Determineu per a cada valor del paràmetre a , els extrems relatius que té la funció $f(x)$.
- Per a quins valors del paràmetre a la funció $f(x)$ és sempre creixent?

[2 punts]

2001 - Sèrie 5 - Qüestió 2

Teniu una funció $f(x)$ definida per a $x \in (-2, 2)$, sabeu que el gràfic de $f'(x)$ és de la forma



(on $f'(-1) = 0$, $f'(0) = -1$, $f'(1) = 1$) i que $f(0) = 2$.

Dibuixeu un gràfic aproximat de $f(x)$ indicant en quins punts hi ha extrems relatius.

[2 punts]

2002 - Sèrie 1 - Qüestió 2

Se sap que la derivada d'una funció $f(x)$ és:

$$f'(x) = \frac{x^2 + x - 6}{x + 1}$$

Calculeu les abscisses dels punts on la funció $f(x)$ té els seus extrems relatius, especificant per a cada un dels valors que obtingueu si es tracta d'un màxim o d'un mínim relatiu.

[2 punts]

2002 - Sèrie 2 - Qüestió 2

Sabent que la funció $y = (x + a) \cdot (x^2 - 4)$, on a és un nombre real, té un màxim i un mínim relatius, i que el màxim relatiu s'assoleix en el punt $x = -\frac{1}{3}$, trobeu l'abscissa del mínim relatiu.

[2 punts]

2002 - Sèrie 2 - Qüestió 3

Sigui $f(x) = \frac{mx - 2}{x - 1}$, on m és un paràmetre.

- Determineu per a cada valor del paràmetre m el valor del límit $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ (si existeix).
- Per a quins valors de m la derivada $f'(x)$ de la funció $f(x)$ és positiva per a tot x ?

[2 punts]

2002 - Sèrie 3 - Qüestió 2

Determineu el valor que ha de tenir k perquè la funció $f(x) = \frac{2x^2 - 3kx + 5}{x - 2}$ tingui límit quan x tendeix a 2 (és a dir, existeixi $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$) i calculeu el valor que tindrà aquest límit.

[2 punts]

2003 - Sèrie 2 - Qüestió 1

Calculeu les equacions de les dues rectes del pla que passen pel punt $P = (1, -1)$ i que són tangents a la corba d'equació $y = (x - 1)^2$.

[2 punts]

2003 - Sèrie 3 - Qüestió 2

Calculeu el punt de la corba $y = 2 + x - x^2$ en què la tangent és paral·lela a la recta $y = x$.

[2 punts]

2003 - Sèrie 5 - Problema 1

- a) Determineu el valor del paràmetre a que fa que la funció

$$f(x) = \frac{x + a}{x^3}$$

presenti un extrem relatiu en el punt d'abscissa $x = 3$.

- b) Per a aquest valor del paràmetre a , calculeu els intervals de creixement i decreixement, i les asímptotes de la funció.
- c) A partir de les dades que heu obtingut, feu una gràfica aproximada d'aquesta funció.

[4 punts]

2004 - Sèrie 3 - Qüestió 1

Considereu la funció $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2x + 2$.

- a) Calculeu l'equació de la recta tangent a la gràfica de $f(x)$ en el punt d'abscissa $x = 3$.
- b) Existeix alguna altra recta tangent a la gràfica de $f(x)$ que sigui paral·lela a la que heu trobat? Raoneu la resposta i, en cas afirmatiu, trobeu-ne l'equació.

[2 punts. 1 punt cada apartat]

2004 - Sèrie 3 - Qüestió 3

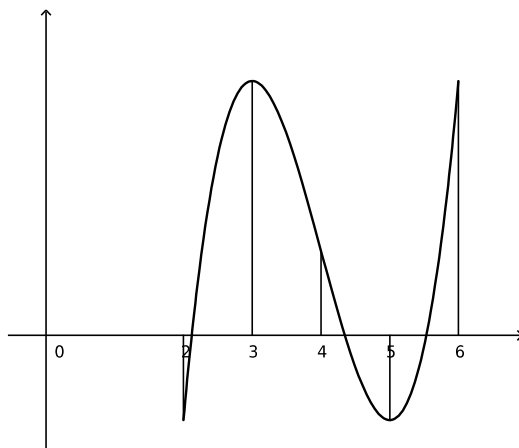
Considereu la funció $f(x) = 1 + \frac{a}{x} + \frac{6}{x^2}$ on a és un paràmetre .

- Calculeu el valor del paràmetre a sabent que $f(x)$ té un extrem relatiu en el punt d'abscissa $x = 3$.
- Aquest extrem relatiu, es tracta d'un màxim o d'un mínim? Raoneu la resposta.

[2 punts. Apartat a) 1,5 punts; apartat b) 0,5 punts.]

2004 - Sèrie 5 - Qüestió 2

La gràfica següent correspon a una funció $f: [2, 6] \rightarrow \mathbb{R}$ derivable i amb derivada contínua. Feu un esbós de la gràfica de $f': (2, 6) \rightarrow \mathbb{R}$ i justifiqueu-ne el perquè.



[2 punts]

2004 - Sèrie 5 - Problema 5

Considereu la funció polinòmica de tercer grau, $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, ($a \neq 0$).

- Trobeu els valors de a , b , c i d per als quals $f(x)$ talla l'eix OX en els punts $x = 0$ i $x = 1$ i presenta un mínim relatiu en el punt $x = 0$.
- Feu un esbós de la gràfica de la funció que heu trobat, i acabeu de calcular els elements necessaris per dibuixar-la.

[4 punts. 2 punts cada apartat]

2005 - Sèrie 4 - Qüestió 3

Trobeu els màxims i mínims relatius de la funció $f(x) = 6x^5 - 15x^4 + 10x^3$.

[2 punts]

2005 - Sèrie 4 - Qüestió 4

Sigui la paràbola $y = 2x^2 + x + 1$ i sigui A el punt de la paràbola d'abscissa 0.

- Trobeu l'equació de la recta tangent a la paràbola en el punt A.
- En quin punt de la paràbola la recta tangent és perpendicular a la recta que heu trobat en l'apartat anterior?

[2 punts. 1 punt cada apartat]

2006 - Sèrie 1 - Qüestió 4

Trobeu el domini i les asímptotes de la funció definida per $f(x) = \frac{x^2 - 4x + 1}{x - 1}$.

[2 punts. 0,5 punts pel càlcul del domini i 1,5 pel de les asímptotes.]

2006 - Sèrie 1 - Problema 6

Considerem la funció $f(x) = x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + 7$.

- Calculeu c sabent que la seva recta tangent en el punt d'abscissa $x = 0$ és horitzontal.
- Per al valor de c trobat a l'apartat anterior, calculeu a i b sabent que aquesta funció té un extrem relatiu en el punt d'abscissa $x = -2$ i que talla l'eix OX quan $x = 1$.
- Per als valors obtinguts als altres apartats, calculeu els intervals on la funció creix i decreix, els seus extrems relatius i feu una representació gràfica aproximada.

[4 punts. Apartat a) 1 punt; apartat b) 1 punt; apartat c) 2 punts.]

2006 - Sèrie 3 - Qüestió 1

Considereu la funció definida per $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x + 1}$. Calculeu quant val el pendent de la recta tangent a la seva gràfica pel punt d'abscissa $x = 0$. Trobeu si hi ha altres punts en els quals el pendent de la tangent sigui igual al que s'ha obtingut.

[2 punts]

2006 - Sèrie 3 - Problema 5

Donada la funció $f(x) = e^{-x^2+2x}$.

- Trobeu el seu domini i les possibles interseccions amb els eixos.
- Trobeu els intervals on creix i decreix i els extrems relatius.
- Trobeu les possibles asímptotes.
- Feu la representació gràfica aproximada de la funció.

[4 punts. Cada apartat val 1 punt.]

2006 - Sèrie 4 - Qüestió 1

Sigui $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funció definida per $f(x) = e^x(ax + b)$, on a i b són nombres reals.

- Calculeu els valors de a i b per tal que la funció tingui un extrem relatiu en el punt $(3, e^3)$.
- Per als valors de a i b obtinguts, digueu quin tipus d'extrem té la funció en el punt esmentat.

[2 punts. 1 punt cada apartat]

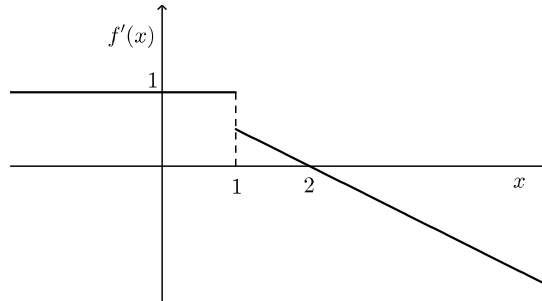
2007 - Sèrie 1 - Qüestió 1

En quin punt la recta tangent a la funció $f(x) = x \cdot e^x$ és paral·lela a l'eix d'abscisses? Escriviu l'equació de la recta tangent en aquest punt.

[2 punts]

2007 - Sèrie 2 - Qüestió 2

La funció derivada $f'(x)$ de certa funció contínua $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ és una funció a trossos formada per les semirectes del dibuix.



- Digueu si $f(x)$ és derivable en tots els punts de \mathbb{R} i per què.
- Estudieu el creixement i el decreixement de $f(x)$.
- Trobeu si $f(x)$ té algun extrem relatiu i, si és així, per a quin valor de x i de quin tipus.
- Sabent que $f(0) = 1$, calculeu el valor de $f(1)$.

Justifiqueu totes les respostes.

[2 punts. 0,5 punts cada apartat]

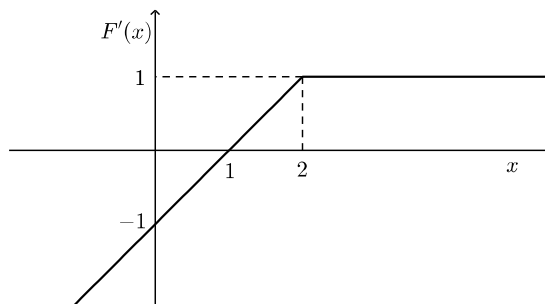
2007 - Sèrie 2 - Qüestió 3

Calculeu els valors del paràmetre a , $a \neq 0$, que fan que les tangents a la corba d'equació $y = ax^4 + 2ax^3 - ax + 1512$ en els punts d'inflexió siguin perpendiculars.

[2 punts]

2007 - Sèrie 3 - Qüestió 4

La funció derivada $F'(x)$ d'una funció contínua $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ que passa per l'origen és una funció a trossos formada per les semirectes del dibuix.

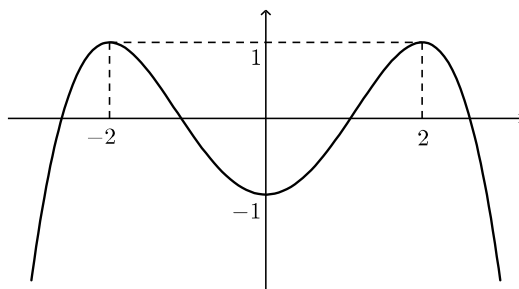


Escriuiu l'expressió de la funció $F(x)$ com una funció a trossos.

[2 punts]

2008 - Sèrie 2 - Problema 5

Considereu una funció tal que la seva representació gràfica a l'interval $(-3, 3)$ és la següent:



- Determineu les abscisses dels punts extrems (màxims i mínims) relatius.
- Estudieu el creixement i decreixement de la funció a l'interval $(-3, 3)$.
- Feu un esbós de la gràfica de la derivada d'aquesta funció.
- Sabent que la funció és de la forma $f(x) = ax^4 + bx^2 + c$, trobeu de quina funció es tracta.

[4 punts. 0,5 punts per l'apartat a; 0,5 punts per l'apartat b; 1 punt per l'apartat c; 2 punts per l'apartat d]

2008 - Sèrie 4 - Qüestió 1

Considereu la funció $f(x) = ax^2 + bx + c$ ($a, b \in \mathbb{R}$). Trobeu els valors de a i b que fan que la recta $y = 2x + 1$ sigui tangent a la gràfica de f quan $x = 1$.

[2 punts]

2008 - Sèrie 5 - Qüestió 1

Trobeu els valors dels paràmetres a i b per tal que la funció següent sigui contínua i derivable en $x = 2$.

$$f(x) = \begin{cases} ax^2 + 2x + 3 & \text{si } x < 2 \\ x^3 + bx + 5 & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$$

[2 punts]

2008 - Sèrie 4 - Problema 5

Donades les funcions $f(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$ i $g(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$:

- Comproveu que: $[g(x)]^2 - [f(x)]^2 = 1$.
- Comproveu també que $f'(x) = g(x)$ i $g'(x) = f(x)$.
- Comproveu que $f(x+y) = f(x) \cdot g(y) + f(y) \cdot g(x)$.
- Calculeu $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{g(x)}$ dividint per e^x el numerador i el denominador; amb un procediment similar (però no igual), trobeu $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{g(x)}$.

[4 punts. 1 punt cada apartat]

2008 - Sèrie 5 - Qüestió 3

Digueu per a quin valor de x la recta tangent a la corba $y = \ln(x^2 + 1)$ és paral·lela a la recta $y = x$.
Escriviu l'equació d'aquesta tangent.

[2 punts]

2009 - Sèrie 1 - Qüestió 3

Sigui $f(x) = 2x^3 - x^2 + 3x + 1$. Donades les rectes $r_1: y = x + 2$ i $r_2: y = 7x - 2$:

- Expliqueu, raonadament, si alguna de les dues rectes pot ser tangent a la corba $y = f(x)$ en algun punt.
- En cas que alguna d'elles ho sigui, trobeu el punt de tangència.

[2 punts. 1 punt cada apartat]

2009 - Sèrie 1 - Problema 5

Considerem la funció real de variable real $f(x) = \frac{2x^3}{x^2 - 1}$.

- Trobeu-ne el domini.
- Calculeu l'equació de les seves asímptotes, si en té.
- Estudieu-ne els intervals de creixement i de decreixement, així com les abscisses dels seus extrems relatius, si en té, i classifiqueu-los.

[4 punts. 0,5 punts per l'apartat a; 1,5 punts per l'apartat b; 2 punts per l'apartat c]

2010 - Sèrie 2 - Qüestió 1

Trobeu les asímptotes de la funció $f(x) = \frac{3x^3 - 5x - 2}{x^2 - 4x - 5}$.

[2 punts]

2010 - Sèrie 4 - Qüestió 3

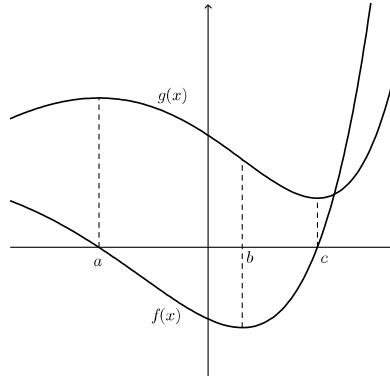
Sigui $P(x) = ax^2 + bx + c$ un polinomi qualsevol de segon grau.

- Trobeu la relació existent entre els paràmetres a , b i c sabent que es compleix que $P(1) = 0$ i $P(2) = 0$.
- Quan es compleix la condició anterior, indiqueu quins valors pot tenir $P'(3/2)$.

[2 punts. 1 punt cada apartat]

2010 - Sèrie 4 - Qüestió 5

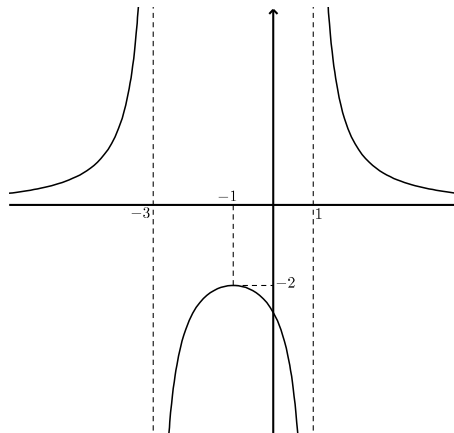
En la figura següent es representen dues funcions. L'una és la derivada de l'altra. Decidiu si la funció $f(x)$ és la derivada de la funció $g(x)$ o és a l'inrevés, estudiant què passa en els punts $x = a$, $x = b$ i $x = c$.



[2 punts]

2010 - Sèrie 5 - Qüestió 3

Determineu el valor dels paràmetres a , b i c perquè la gràfica de la funció $f(x) = \frac{a}{x^2 + bx + c}$ sigui la següent:



[2 punts]

2011 - Sèrie 1 - Qüestió 6

Sigui $f(x) = x^2 \cdot e^{-ax}$, quan $a \neq 0$.

- Calculeu el valor de a perquè aquesta funció tingui un extrem relatiu en el punt d'abscissa $x=2$.
- Quan $a = 2$, classifiqueu-ne els extrems relatius.

[2 punts. 1 punt cada apartat]

2011 - Sèrie 2 - Qüestió 3

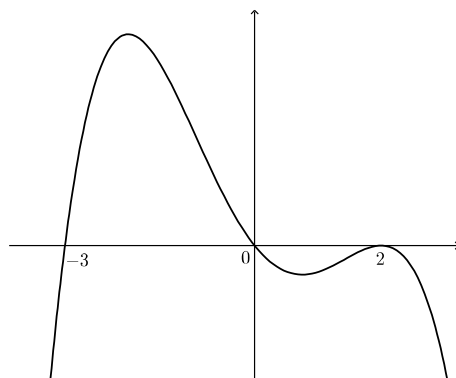
Donada la funció $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$:

- Determineu la relació que han de complir els paràmetres a , b i c perquè $f(x)$ tingui un extrem relatiu en el punt d'abscissa $x = -1$.
- Calculeu el valor del paràmetre a perquè hi hagi un punt d'inflexió de la funció $f(x)$ en el punt d'abscissa $x = 0$.
- Determineu la relació entre els paràmetres a , b i c sabent que la gràfica de $f(x)$ talla l'eix OX en el punt d'abscissa $x = -2$.
- Calculeu el valor dels paràmetres a , b i c perquè es compleixin les tres propietats anteriors alhora.

[2 punts. 0,5 punt cada apartat]

2011 - Sèrie 4 - Qüestió 3

La gràfica corresponent a la derivada d'una funció $f(x)$ és la següent:



- Expliqueu raonadament quins valors de x corresponen a màxims o a mínims relatius de $f(x)$.
- Determineu els intervals de creixement i decreixement de la funció $f(x)$.

[2 punts. 1,5 punts per l'apartat a; 0,5 punts per l'apartat b]

2012 - Sèrie 3 - Qüestió 2

Donades la recta $y = 3x + b$ i la paràbola $y = x^2$,

- Calculeu l'abscissa del punt on la recta tangent a la paràbola és paral·lela a la recta donada.
- Calculeu el valor del paràmetre b perquè la recta sigui tangent a la paràbola.

[2 punts. 1 punt cada apartat]

2012 - Sèrie 4 - Qüestió 2

Sigui $f(x) = \frac{ax^2}{x+b}$, en què $a \neq 0$.

- Determineu si té alguna asymptota vertical, en funció del paràmetre b .
- Indiqueu el valor dels paràmetres a i b perquè la funció $f(x)$ tingui la recta $y = 2x - 4$ com a asymptota obliqua a $+\infty$.

[2 punts. 1 punt cada apartat]

2012 - Sèrie 4 - Qüestió 6

Donades la recta $y = ax + 1$ i la paràbola $y = 3x - x^2$,

- Calculeu els valors del paràmetre a perquè siguin tangents.
- Calculeu els punts de tangència.

[2 punts. 1,5 punts per l'apartat a; 0,5 punts per l'apartat b]

2013 - Sèrie 3 - Qüestió 6

Sigui $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$. Sabem que la gràfica d'aquesta funció és tangent a la recta $r: y = x + 3$ en el punt d'abscissa $x = -1$, i que en el punt d'abscissa $x = 1$ la recta tangent és paral·lela a la recta r .

Calculeu el valor dels paràmetres a , b i c .

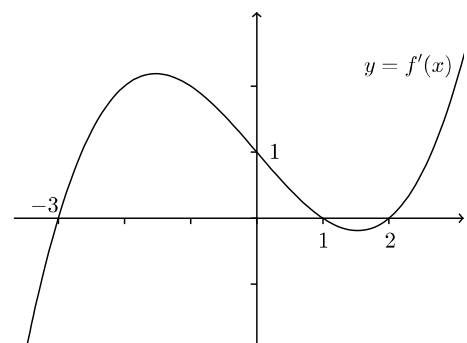
[2 punts]

2013 - Sèrie 4 - Qüestió 6

La funció $f(x)$ és derivable i passa per l'origen de coordenades. La gràfica de la funció derivada és la que veieu aquí dibuixada, essent $f'(x)$ creixent als intervals $(-\infty, -3]$ i $[2, +\infty)$.

- Trobeu l'equació de la recta tangent a la gràfica de la funció $f(x)$ en el punt d'abscissa $x = 0$.
- Indiqueu les abscisses dels extrems relatius de la funció $f(x)$ i classifiqueu aquests extrems.

[2 punts. 1 punt cada apartat]



2014 - Sèrie 4 - Qüestió 1

Considereu la funció $f(x) = \frac{x+3}{x-2}$.

- Calculeu les asímptotes verticals, horitzontals i obliqües de la funció f .
- Trobeu l'equació de la recta tangent a la gràfica de la funció f en aquells punts en què la recta tangent sigui paral·lela a la recta $y = -5x + 4$.

[2 punts. 1 punt cada apartat]

2014 - Sèrie 5 - Qüestió 2

Siguin les funcions $f(x) = \frac{e^{ax} + b}{4}$ i $g(x) = +\sqrt{3x+4}$.

- Determineu el domini i el recorregut de la funció g .
- Calculeu per a quins valors de a i de b les gràfiques de les dues funcions són tangents (és a dir, tenen la mateixa recta tangent) en el punt d'abscissa $x = 0$.

[2 punts. 1 punt cada apartat]

2015 - Sèrie 4 - Qüestió 2

Sigui la funció $f(x) = x^3 - 4x^2 + 4x$.

- Calculeu l'equació de la recta tangent a la gràfica de la funció f en el punt d'abscissa $x = 1$.
- Calculeu les abscisses dels punts de la gràfica en què hi ha un mínim relatiu, un màxim relatiu o una inflexió.

[2 punts. 1 punt cada apartat]

2015 - Sèrie 5 - Qüestió 3

Sigui la funció $f(x) = e^x - x - 2$.

- Demostreu que la funció f té una arrel (un zero) en l'interval $[0, 2]$.
- Comproveu que la funció és monòtona en l'interval $[0, 2]$ i calculeu les coordenades dels punts mínim absolut i màxim absolut de la funció en aquest interval.

[2 punts. 1 punt cada apartat]

2016 - Sèrie 3 - Qüestió 3

Sigui la funció $f(x) = x e^{x-1}$.

- Calculeu l'equació de la recta tangent a la gràfica de la funció f en el punt d'abscissa $x = 1$.
- Determineu en quins intervals la funció f és creixent i en quins intervals és decreixent.

[2 punts. 1 punt cada apartat]

2016 - Sèrie 5 - Qüestió 3

Responen a les qüestions següents:

- Calculeu els màxims relatius, els mínims relatius i els punts d'inflexió de la funció $f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x - 4$.
- Expliqueu raonadament que si $f(x)$ és una funció amb la derivada primera contínua en l'interval $[a, b]$ i satisfà que $f'(a) > 0$ i $f'(b) < 0$, aleshores hi ha, com a mínim, un punt de l'interval (a, b) en què la recta tangent a la gràfica de $f(x)$ en aquest punt és horitzontal.

[2 punts. 1 punt cada apartat]

2017 - Sèrie 1 - Qüestió 3

Sigui la funció $f(x) = \frac{1}{x^2 - k}$, en què k és un paràmetre real diferent de 0. Per als diferents valors del paràmetre k :

- Calculeu el domini i les asímptotes de la funció.
- Calculeu els punts amb un màxim o un mínim relatiu.

[2 punts. 1 punt cada apartat]

