

Exercicis de rectes en el pla

Equacions de la recta

1. Escriu les diferents equacions de la recta que passa pel punt $P(3, -4)$ i que té com a vector director el vector $\vec{v} = (5, -2)$.
2. Per a la recta d'equació $\frac{x}{-6} + \frac{y}{5} = 1$, escriu les equacions general i explícita. Indica'n un vector director.
3. Quin és el pendent de les següents rectes?
 - a) $\frac{x-2}{3} = \frac{y+4}{6}$
 - b) $(x, y) = (3, 1) + k \cdot (5, 2)$
 - c) $3x + 8y - 24 = 0$
 - d) $y = 3x - 15$
 - e) $y = 6$
 - f) $x = -3$
4. Escriu l'equació canònica de la recta que té per equació explícita $y = -\frac{6}{5}x + 12$.
5. Dedueix si el punt $M(-2, 1)$ pertany o no a cadascuna de les següents rectes.
 - a) $(x, y) = (4, 4) + k \cdot (4, 2)$
 - b) $\begin{cases} x = 1 - 3k \\ y = 4 + 2k \end{cases}$
 - c) $\frac{x+6}{4} = \frac{y+4}{5}$
 - d) $-3x + 4y + 10 = 0$
 - e) $y = \frac{3}{2}x + 5$
 - f) $\frac{x}{-4} + \frac{y}{2} = 1$
6. Troba un vector director, el pendent i els punts de tall amb els eixos de les següents rectes:
 - a) $(x, y) = (3, 2) + k \cdot (4, -3)$
 - b) $\frac{x-5}{2} = \frac{3-y}{4}$
 - c) $y = 3x - 8$
 - d) $\frac{x}{-4} + \frac{y}{2} = 1$
 - e) $3x + 5y + 30 = 0$
7. Troba una equació general de la recta que passa pels punts $A(6, 7)$ i $B(-3, 5)$

8. Determina l'equació canònica de la recta que passa pel punt $M(1, 3-\sqrt{3})$ i que forma un angle d'inclinació de 120° amb el sentit positiu de l'eix OX .
9. Determina una equació general de la recta que passa pel punt $A(6, 2)$ i que forma un angle d'inclinació de 135° amb el sentit positiu de l'eix OX .
10. Troba les equacions generals de les tres rectes que determinen el triangle els vèrtexs del qual són els punts $A(2, 8)$, $B(6, 7)$ i $C(1, 1)$.

Incidència, paral·lisme i perpendicularitat de rectes

11. Determina l'equació canònica de la recta que passa pel punt $P(4, 3)$ i és paral·lela a la recta r d'equació $3x + 4y + 10 = 0$.

12. Donades les rectes:

$$r: 6x + 7y - 17 = 0 \qquad s: 3x + 2y - 1 = 0 \qquad t: \frac{x-6}{3} = \frac{y+1}{-4}$$

Troba l'equació de la recta que passa pel punt d'intersecció de les rectes r i s , i és paral·lela a la recta t .

13. Dedueix si les tres rectes següents es tallen o no en un mateix punt.

$$r: 3x - 4y - 1 = 0 \qquad s: 5x - 7y - 2 = 0 \qquad t: 2x - 3y - 2 = 0$$

14. Determina el punt d'intersecció de les rectes:

$$r: (x, y) = (3, 3) + k \cdot (1, 2)$$
$$s: (x, y) = (1, 2) + k \cdot (-2, 1)$$

15. Donades les rectes:

$$r: 3x + (q+4)y - 6 = 0 \qquad s: (q-4)x + 3y - 2 = 0$$

a) Calcula els valors de q que fan que les rectes r i s siguin paral·leles.

b) Calcula els valors de q que fan que les rectes r i s siguin perpendiculars.

16. Troba l'equació de la recta perpendicular a la recta $3x + 5y + 1 = 0$ que passa pel punt $P(4, 3)$.

17. Troba l'equació de la recta perpendicular a la recta $y = \frac{x}{2} - \frac{2}{3}$ que passa pel punt $P(5, -1)$.

18. El circumcentre O d'un triangle és el punt d'intersecció de les tres mediatris. Determina les coordenades del circumcentre del triangle de vèrtexs $A(5, 7)$, $B(11, 4)$ i $C(5, -2)$. Calcula les distàncies del circumcentre a cadascun dels vèrtexs.
19. L'ortocentre H d'un triangle és el punt d'intersecció de les tres altures. Determina les coordenades de l'ortocentre del triangle de vèrtexs $A(6, 6)$, $B(10, 2)$ i $C(5, 0)$.
20. Donats el punt $P(9, 3)$ i la recta $r: 3x + 2y - 20 = 0$,
- troba les coordenades de la projecció ortogonal del punt P sobre la recta r
 - troba les coordenades del punt simètric de P respecte a r .

Angles i distàncies

21. Calcula l'angle que formen les rectes

$$r: 3x - 2y + 7 = 0 \qquad s: x + 4y + 2 = 0$$

22. Determina l'angle que formen les rectes

$$r: y = \frac{3x}{4} - 4 \qquad s: (x, y) = (3, 1) + k \cdot (-2, 4)$$

23. Determina les equacions de les rectes que formen un angle de 45° amb la recta $3x + 4y + 10 = 0$ i passen pel punt $A(3, 3)$.

24. Calcula la distància de l'origen de coordenades a la recta $\frac{x-2}{5} = \frac{y+3}{3}$.

25. Calcula la distància del punt $A(-1, 5)$ a la recta $4x - y + 8 = 0$.

26. Troba la distància entre les rectes

$$r: 5x - 2y + 11 = 0 \qquad s: -10x + 4y + 22 = 0$$

27. Troba la distància entre les rectes

$$r: \frac{x+2}{2} = \frac{y-3}{3} \qquad t: \frac{x}{-4} + \frac{y}{6} = 1$$

28. La mediatriu d'un segment \overline{AB} es defineix com el lloc geomètric dels punts que equidisten del dos extrems. Fent servir aquesta definició determina l'equació de la mediatriu del segment que té per extrems $A(5, 1)$ i $B(3, 7)$.

29. Determina les equacions de les bisectrius dels angles que formen les dues rectes

$$r: 3x + 4y - 12 = 0 \qquad s: x + y - 2 = 0$$

30. L'incentre I d'un triangle és el punt d'intersecció de les bisectrius dels tres angles. Coincideix amb el centre de la circumferència inscrita. Determina les coordenades de l'incentre del triangle de vèrtexs $A(3, 0)$, $B(12, 12)$ i $C(3, 24)$ i el radi de la circumferència inscrita.

Activitats finals

31. Donats els punts $A(7, 1)$, $B(1, 3)$ i $C(3, 5)$, calcula les coordenades del punt D sabent que el quadrilàter $ABCD$ és un trapezi isòsceles i que els costats paral·lels són \overline{AB} i \overline{CD} . Calcula també l'àrea d'aquest trapezi.

32. Donat el triangle delimitat per les tres rectes:

$$r: 2x - 11y = 0 \qquad s: 2x - y = 0 \qquad t: 2x + y - 1728 = 0$$

a) Calcula les coordenades dels tres vèrtexs.

b) Calcula les coordenades del baricentre G , del circumcentre O , de l'ortocentre H i de l'incentre I .

f) Quin és el radi de la circumferència inscrita?

g) Quin és el radi de la circumferència circumscripida?

33. Una circumferència passa pels punts $A(-2, 9)$, $B(4, 3)$ i $C(2, 7)$. Troba les coordenades del seu centre i el radi.

Pista: El centre de la circumferència es pot trobar fent la intersecció de dues qualssevol de les mediatrius dels segments \overline{AB} , \overline{BC} i \overline{CA} .

34. Una circumferència té el seu centre en el punt $O(2, 1)$ i passa pel punt $P(4, 6)$. Troba l'equació de la recta tangent a la circumferència en el punt diametralment oposat a P .

Solucions

- E. vectorial: $(x, y) = (3, -4) + k \cdot (5, -2)$ E. paramètriques: $\left. \begin{array}{l} x = 3 + 5k \\ y = -4 - 2k \end{array} \right\}$

E. contínua: $\frac{x-3}{5} = \frac{y+4}{-2}$ E. General: $2x + 5y + 14 = 0$

E. implícita: $y = -\frac{2}{5}x - \frac{14}{5}$ E. canònica: $\frac{x}{-7} + \frac{y}{-\frac{14}{5}} = 1$
- E. General: $5x - 6y - 30 = 0$ E. implícita: $y = \frac{5}{6}x - 5$
- a) $m = 2$ b) $m = \frac{2}{5}$ c) $m = -\frac{3}{8}$ d) $m = 3$ e) $m = 0$ f) No està definit.
- $\frac{x}{10} + \frac{y}{12} = 1$
- a) Sí b) No c) Sí d) No e) No f) Sí
- a) $\vec{v} = (4, -3)$ $m = -\frac{3}{4}$ $\left(\frac{17}{3}, 0\right) \text{ i } \left(0, \frac{17}{4}\right)$

b) $\vec{v} = (2, -4)$ $m = -2$ $\left(\frac{13}{2}, 0\right) \text{ i } (0, 13)$

b) $\vec{v} = (1, 3)$ $m = 3$ $\left(\frac{8}{3}, 0\right) \text{ i } (0, -8)$

d) $\vec{v} = (2, 5)$ $m = \frac{5}{2}$ $(2, 0) \text{ i } (0, -5)$

e) $\vec{v} = (5, -3)$ $m = -\frac{3}{5}$ $(-10, 0) \text{ i } (0, -6)$
- $2x - 9y + 51 = 0$
- $\frac{x}{\sqrt{3}} + \frac{y}{3} = 1$
- $x + y - 8 = 0$
- $r_{AB}: x + 4y - 34 = 0$, $r_{BC}: 6x - 5y - 1 = 0$ i $r_{CA}: 7x - y - 6 = 0$
- $3x + 4y - 24 = 0$
- $4x + 3y - 3 = 0$
- No. $r_{ns} = (-1, -1)$, $r_{nt} = (-5, -4)$ i $s_{nt} = (-8, -6)$
- $\left(\frac{11}{5}, \frac{7}{5}\right)$
- a) $q = -5$ b) $q = 0$

16. $-5x + 3y + 11 = 0$
17. $y = -2x + 9$
18. $O\left(\frac{13}{2}, \frac{5}{2}\right) \quad d(O, A) = d(O, B) = d(O, C) = \frac{3}{2}\sqrt{10}$
19. $H(7, 3)$
20. a) $P'(6, 1)$ b) $P''(3, -1)$
21. $\alpha \approx 70,35^\circ$
22. $\alpha \approx 79,70^\circ$
23. $x - 7y + 18 = 0 \quad 7x + y - 24 = 0$
24. $d = \frac{21\sqrt{34}}{34}u \approx 3,6u$
25. $d = \frac{\sqrt{17}}{17}u \approx 0,24u$
26. $d = \frac{22\sqrt{29}}{29}u \approx 4,09u$
27. $d = 0$ (són rectes coincidents)
28. $x - 3y + 8 = 0$
30. $l(7, 12) \quad r = 4$
31. $C\left(\frac{33}{5}, \frac{19}{5}\right) \quad A = 12,8 u^2$
32. a) $A(0, 0), B(432, 864)$ i $C(792, 144)$
b) $G(408, 336), O(342, 369), H(540, 270)$ i $I(432, 324)$
c) $r = 540 u \quad R = 225\sqrt{5} u \approx 503,11 u$
33. $O(-3, 2) \quad r = \sqrt{50} u \approx 7,07 u$
34. $2x + 5y + 20 = 0$