

## Problemes de programació lineal

### 2000 - Sèrie 6 - Problema 2

En una refineria es produeixen dos tipus de fertilitzants a partir de quatre compostos: nitrogen, àcid fosfòric, potassi soluble i guano. A la taula següent s'expressa la composició per bidó d'aquests dos fertilitzants:

	Nitrogen	Àcid fosfòric	Potassi	Guano
Fertilitzant 1	20 litres	30 litres	30 litres	20 litres
Fertilitzant 2	10 litres	10 litres	60 litres	20 litres

L'empresa disposa de 900 litres de nitrogen i de 1.400 litres de guano, i les quantitats dels altres dos components no estan limitades, encara que a causa del gran estoc existent d'aquests dos productes cal utilitzar almenys 600 litres d'àcid fosfòric i 1.800 litres de potassi. Cada bidó del fertilitzant 1 suposa un benefici de 6 pessetes, i de 5 pessetes cada bidó de l'altre fertilitzant. Trobeu quina quantitat de fertilitzant de cada classe cal produir per obtenir un benefici màxim.

[4 punts]

### 2001 - Sèrie 4 - Problema 2

Un pastisser té 150 kg de farina, 22 kg de sucre i 26 kg de mantega per fer dos tipus de pastissos. Es necessiten 3 kg de farina, 1 de sucre i 1 de mantega per fer una dotzena de pastissos del tipus A, mentre que les quantitats per una dotzena del tipus B són, respectivament, 6 kg, 0,5 kg i 1 kg. Si el benefici que s'obté per la venda d'una dotzena de pastissos del tipus A és 20 i per una dotzena del tipus B és 30, trobeu el nombre de dotzenes de pastissos de cada tipus que ha de produir per maximitzar el seu benefici.

[4 punts]

### 2001 - Sèrie 5 - Problema 2

En un taller de confecció es disposa de 80 metres quadrats de tela de cotó i de 120 metres quadrats de tela de llana. Es fan dos tipus de vestits, A i B. Per fer un vestit del tipus A es necessita 1 metre quadrat de cotó i 3 metres quadrats de llana; en canvi, per un vestit del tipus B calen 2 metres quadrats de cada tipus de tela.

- a) Quants vestits de cada tipus s'han de fer per obtenir un benefici total màxim si per cada vestit (sigui del tipus que sigui) es guanyen 30 euros?
- b) Quina seria la conclusió a la pregunta anterior si per cada vestit del tipus A es guanyen 30 euros i, en canvi, per cada un del tipus B només es guanyen 20 euros?

*[L'apartat a) val 2,5 punts i l'apartat b) val 1,5 punts. Total: 4 punts]*

### 2002 - Sèrie 1 - Problema 6

Un entusiasta de la salut vol tenir un mínim de 36 unitats de vitamina A al dia, 28 unitats de vitamina C i 32 unitats de vitamina D. Cada pastilla de la marca 1 costa 0,03 € i proporciona 2 unitats de vitamina A, 2 de C i 8 de D. Cada pastilla de la marca 2 costa 0,04 € i proporciona 3 unitats de vitamina A, 2 de C i 2 de D. Quantes pastilles de cada marca haurà de comprar per a cada dia si vol cobrir les necessitats bàsiques amb el menor cost possible?

*[4 punts]*

### 2002 - Sèrie 2 - Problema 6

En una prova es proposen 10 qüestions de 5 punts i 8 qüestions de 10 punts i es dóna un temps de 100 minuts. Només es valoren els encerts; els errors o respostes en blanc no resten puntuació.

L'Anna, que està capacitada per contestar correctament totes les qüestions, necessita 4 minuts de mitjana per respondre a cada qüestió de 5 punts i 10 minuts per respondre a cada qüestió de 10 punts.

Quina estratègia ha de seguir l'Anna (és a dir, quantes preguntes de cada tipus ha de contestar) per obtenir la millor puntuació possible en les seves condicions?

*[4 punts]*

### 2005 - Sèrie 1 - Problema 6

Un taller pot produir per dia com a màxim 12 articles del tipus A i 20 del tipus B. Cada dia el servei tècnic pot controlar un mínim de 20 articles i un màxim de 25, independentment del tipus.

- Siguin  $x$  i  $y$  el nombre d'articles produïts per dia dels tipus A i B, respectivament. Expressen les condicions anteriors mitjançant un sistema d'inequacions en  $x$  i  $y$ .
- Representeu la regió del pla determinada per aquest sistema.
- Sabem que el benefici de produir els articles de tipus A és el doble del que s'obté amb els articles de tipus B. Trobeu quants articles de cada tipus ha de produir el taller per obtenir el benefici màxim.

[Apartat a) 1 punt; apartat b) 1 punt; apartat c) 2 punts. Total: 4 punts.]

### 2005 - Sèrie 3 - Problema 6

Una empresa de telefonia mòbil fabrica dos models de telèfon: A i B. El nombre total de telèfons fabricats mensualment no supera els 3000. També sabem que sempre es fabriquen almenys 1000 unitats de telèfons A i que la meitat dels telèfons A no supera la tercera part dels telèfons B. Si els telèfons A generen un benefici de 40 € per unitat i els B generen un benefici de 20 € per unitat, trobeu la quantitat de cada classe que s'ha de fabricar per obtenir un benefici també màxim i també aquest benefici màxim.

[Sistema i gràfic 1 punt; determinació dels vèrtexs del contorn 1 punt; determinació del nombre de telèfons de cada classe i del benefici màxim 2 punts. Total: 4 punts.]

### 2005 - Sèrie 4 - Problema 5

En una empresa es fabriquen dos tipus de peces que anomenarem A i B. Per fabricar una peça de tipus A es necessiten 2 quilos d'un metall i per fer-ne una de tipus B, 4 quilos del mateix metall. L'empresa disposa com a màxim de 100 quilos de metall i no pot fabricar més de 40 peces de tipus A ni més de 20 de tipus B.

- Doneu un sistema d'inequacions que representi les restriccions en la fabricació que té l'empresa.
- Determineu gràficament els punts del pla que verifiquen aquest sistema.
- D'entre les solucions obtingudes, quins són els possibles valors de peces de cada tipus (han de ser enters) si es volen exhaurir els 100 quilos de metall? Expliqueu detalladament què feu per trobar-los.

[Apartat a) 1 punt; apartat b) 1 punt; apartat c) 2 punts. Total: 4 punts.]

### 2006 - Sèrie 1 - Problema 6

Els alumnes d'un institut disposen de 300 samarretes, 400 llapis i 600 bolígrafs per finançar-se un viatge. Tenen la intenció de vendre'ls en dos tipus de lots: el lot A consta d'1 samarreta, 3 llapis i 2 bolígrafs i el venen per 9 €. El lot B consta d'1 samarreta, 2 llapis i 4 bolígrafs i el venen per 11 €. Calculeu quants lots de cada tipus han de vendre per treure'n el benefici màxim i aquest benefici màxim.

*[Plantejament: 2 punts; gràfic: 1 punt; solució: 1 punt. Total: 4 punts.]*

### 2006 - Sèrie 4 - Problema 6

En un jardí municipal es volen plantar un mínim de 1.200 geranis, 3.200 clavells i 3.000 margarides. Una empresa A ofereix un lot que conté 30 geranis, 40 clavells i 30 margarides per 15 €. Una altra empresa B ofereix un lot de 10 geranis, 40 clavells i 50 margarides per 12 €. L'Ajuntament compra  $x$  lots a l'empresa A i  $y$  lots a l'empresa B.

- Determineu les inequacions que representen les restriccions a les quals estan sotmesos els valors de  $x$  i de  $y$  per tal que compleixin les condicions de la plantació.
- Representeu gràficament la regió del pla que satisfà les inequacions.
- Trobeu el nombre de lots de cada tipus que fan que la despesa sigui mínima i calculeu aquesta despesa mínima.
- Trobeu quants geranis, clavells i margarides adquireix l'Ajuntament amb la compra de preu mínim i quantes plantes i de quin tipus haurà adquirit per sobre del mínim que vol plantar.

*[1 punt cada apartat]*

### 2007 - Sèrie 1 - Qüestió 3

En un taller fabriquen dos tipus de bosses. Per fer una bossa del primer model es necessiten  $0,9 \text{ m}^2$  de cuir i 8 hores de feina. Per al segon model necessiten  $1,2 \text{ m}^2$  de cuir i 4 hores de feina. Per a fer aquests dos tipus de bosses el taller disposa de  $60 \text{ m}^2$  de cuir i pot dedicar-hi un màxim de 400 hores de feina.

- Expresseu, mitjançant un sistema d'inequacions, les restriccions a les quals està sotmesa la producció d'aquests dos models de bosses.
- Representeu la regió solució d'aquest sistema i trobeu-ne els vèrtexs.

*[2 punts]*

### 2007 - Sèrie 2 - Problema 6

Un taller de confecció fa jaquetes i pantalons per a criatures. Per a fer una jaqueta es necessiten 1 m de roba i 2 botons, i per a fer uns pantalons calen 2 m de roba, 1 botó i 1 cremallera. El taller disposa de 500 m de roba, 400 botons i 225 cremalleres. El benefici que s'obté per la venda d'una jaqueta és de 20 € i per la d'uns pantalons és de 30 €. Suposant que es ven tot el que es fabrica:

- a) Calculeu el nombre de jaquetes i de pantalons que s'han de fer per tal d'obtenir un benefici màxim. Determineu també aquest benefici màxim.
- b) Si el material sobrant es ven a 1 € el metre de roba, a 0,20 € cada cremallera i a 0,01 € cada botó, calculeu quant es pot obtenir de la venda del que ha sobrat.

[4 punts]

### 2008 - Sèrie 4 - Problema 6

Una empresa de mobles fabrica dos models d'armaris, A i B. Per al model A calen 5 h 30 min de feina i 2 m de fusta. Per al model B calen 4 h de feina i 3 m de fusta. L'empresa no pot fabricar més de 430 armaris per setmana, disposa de 2 800 h de feina i de 1 200 m de fusta. Els armaris de tipus A i B proporcionen, respectivament, 250 € i 310 € de benefici cadascun. Determineu el nombre d'armaris de cada tipus que s'han de fabricar per a obtenir el benefici màxim.

[4 punts]

### 2008 - Sèrie 5 - Problema 5

El vaixell de Barcelona a Palma de Mallorca porta automòbils i camions a la bodega. Cada camió ocupa quatre places d'automòbil. La superfície total de la bodega permet situar-hi fins a 200 automòbils. Cada automòbil pesa 1 000 kg, i cada camió, 9 000 kg. El pes total permès per a la càrrega és de 300 000 kg. La companyia cobra 50 € per cada cotxe i 300 € per cada camió. Calculeu el nombre de cotxes i camions que s'han de carregar per a obtenir un benefici màxim, i també quin és aquest benefici màxim.

[4 punts]

### 2009 - Sèrie 1 - Problema 5

Un llibreter vol fer una comanda de dues classes de llibres a dos editors, A i B. L'editor A ofereix lots de cinc llibres d'assaig i cinc novel·les per 50 €. L'editor B ofereix lots de cinc llibres d'assaig i deu novel·les per 150 €. El llibreter vol comprar, com a mínim, 2 500 llibres d'assaig i 3 500 novel·les. Per un compromís adquirit amb l'editor B, no pot comprar a l'editor A més de tres vegades el que compra a l'editor B. Determineu quants lots haurà de comprar a cada editor per a minimitzar el cost i poder complir el seu compromís.

[4 punts]

#### 2010 - Sèrie 4 - Qüestió 4

Una botiga de bijuteria ven anells i collarets en lots de dos tipus: el lot de tipus A està format per un anell i un collaret, mentre que el lot de tipus B consta de 3 anells i un collaret. Sabem que disposen de 1 500 anells i de 1 000 collarets. En cada lot de tipus A guanyen 0,70 €, mentre que en cada lot de tipus B guanyen 1 €. Indiqueu quants lots de cada tipus han de vendre per a obtenir el màxim benefici.

[2 punts]

#### 2010 - Sèrie 4 - Qüestió 3

Un concessionari de motos comercialitza dos models, un de 125 cc i un altre de 50 cc. Per cada moto de 125 cc que ven, guanya 1 000 € i per cada moto de 50 cc, guanya 600 €. D'altra banda, per tal de satisfer els objectius marcats pel fabricant, cal que el concessionari compleixi les condicions següents:

- a) Vendre entre 50 i 150 motos de 125 cc.
- b) Vendre almenys tantes motos de 50 cc com de 125 cc.
- c) No vendre més de 500 motos de 50 cc.

Determineu quantes motos de cada tipus ha de vendre el concessionari per a obtenir el màxim benefici, i calculeu aquest benefici màxim.

[2 punts]

#### 2011 - Sèrie 2 - Qüestió 2

Una empresa fabrica dos tipus de begudes, que anomenarem  $B_1$  i  $B_2$ , i en el procés de fabricació fa servir dos tipus d'ingredients, que designarem C i D. Disposa de 90 L de C i de 150 L de D. Per cada bidó de beguda  $B_1$  calen 1 L d'ingredient C i 2 L d'ingredient D, i per cada bidó de beguda  $B_2$  calen 2 L de C i 1 L de D. Sabem que cada bidó de  $B_1$  dóna 10 € de benefici, i que cada bidó de  $B_2$  en proporciona 15 €.

- a) Plantegeu les inequacions corresponents a les restriccions indicades, calculeu els vèrtexs de la regió factible, i dibuixeu-la.
- b) Escriviu la funció objectiu. Quants bidons de cada tipus cal fabricar per a obtenir el benefici màxim? Quin és aquest benefici?

[1 punt cada apartat]

**2012 - Sèrie 4 - Qüestió 4**

Una petita fàbrica produeix formatge i mantega. Per a fabricar un formatge es necessiten 10 litres de llet, mentre que per a fabricar una pastilla de mantega se'n necessiten 5. La quantitat de formatges produïts no pot superar el doble de la quantitat de pastilles de mantega. De la mateixa manera, la quantitat de pastilles de mantega no pot superar el doble de la quantitat de formatges produïts. En total, la fàbrica disposa de 800 litres de llet. Després de la venda, per cada formatge s'obté un benefici de 5 € i per cada pastilla de mantega s'obté un benefici de 2 €. Determineu quina quantitat de formatges i quina quantitat de pastilles de mantega cal produir per tal que el benefici total després de la venda sigui màxim. Quin benefici s'obtindrà?

[2 punts]

**2013 - Sèrie 1 - Qüestió 5**

Un florista disposa de 50 margarides, 80 roses i 80 clavells, i en fa rams de dues classes: per a uns fa servir 10 margarides, 20 roses i 10 clavells, i per als altres fa servir 10 margarides, 10 roses i 20 clavells. La primera classe de rams es ven a 40 €, mentre que la segona es ven a 50 €. Quants rams de cada classe ha de fer si vol ingressar el màxim possible?

[2 punts]

**2013 - Sèrie 4 - Qüestió 5**

Un botiguer va al mercat central amb la seva furgoneta, que pot carregar 700 kg, i amb 500 € a la butxaca, a comprar fruita per a la seva botiga. Hi troba pomes a 0,80 €/kg i taronges a 0,50 €/kg. Calcula que podrà vendre les pomes a 0,90 €/kg i les taronges a 0,58 €/kg. Quina quantitat de pomes i de taronges li convé comprar si vol obtenir el benefici més gran possible?

[2 punts]