

Sistemes d'inequacions i funció objectiu

1998 - Sèrie 2 - Qüestió 1

Dibuixeu la regió factible del pla determinada per les desigualtats següents:

$$y \geq 1, x + 2y \leq 6, x - y \geq 0.$$

Calculeu el valor màxim que pren la funció $z = 2x + y$ en aquesta regió.

[2 punts]

1998 - Sèrie 3 - Qüestió 1

Dibuixeu la regió factible determinada per les desigualtats següents:

$$x + y \leq 1, 3x - y \leq 3, x \geq 0 \text{ i } y \geq 0.$$

Calculeu el valor mínim de la funció $z = x - y$ en aquesta regió.

[2 punts]

1998 - Sèrie 6 - Qüestió 1

Dibuixeu la regió factible determinada per les desigualtats següents:

$$6x - y \geq 5, y \geq x, 4x + y \leq 10.$$

Calculeu el valor màxim de la funció $z = x + y$ en aquesta regió.

[2 punts]

1999 - Sèrie 1 - Qüestió 3

Dibuixeu la regió del pla formada pels punts (x, y) que compleixen les desigualtats següents:

$$\left. \begin{array}{l} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \leq 2 \\ 2x + y \geq 1 \end{array} \right\}$$

(Expliqueu detalladament per què el dibuix que heu fet correspon a la regió demanada.)

[2 punts]

1999 - Sèrie 2 - Qüestió 4

Representeu gràficament la regió factible determinada per les desigualtats següents:

$$\left. \begin{array}{l} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \geq 5 \\ 4x + 3y \leq 30 \end{array} \right\}$$

Calculeu la solució que fa mínima la funció objectiu $z = x + 2y$ sotmesa a les restriccions anteriors.

[2 punts]

2000 - Sèrie 1 - Qüestió 1

Dibuixeu la regió del pla determinada per les desigualtats

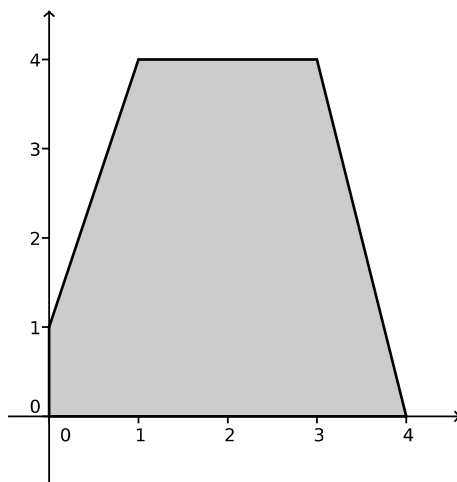
$$\left\{ \begin{array}{l} 2x + y \leq 2 \\ 4x + y \geq 0 \\ y \geq 0 \end{array} \right.$$

Calculeu després el màxim de la funció $z = x + y$ en aquesta regió.

[2 punts]

2000 - Sèrie 2 - Qüestió 2

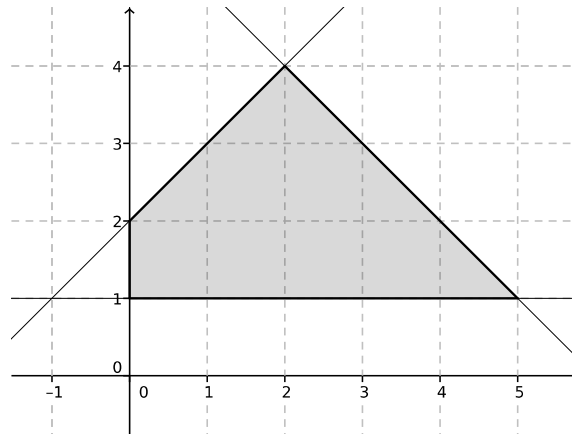
Escriviu un sistema de quatre inequacions (amb dues variables x i y) de tal manera que la regió del pla que determini aquest sistema sigui la regió ombrejada del dibuix següent:



[2 punts]

2003 - Sèrie 2 - Qüestió 1

Determineu el sistema de quatre inequacions amb dues incògnites que té per solució el polígon ombrejat dibuixat a la gràfica següent, suposant que els costats també són solució.



[2 punts]

2003 - Sèrie 3 - Qüestió 2

Dibuixeu la regió del pla determinada pel sistema d'inequacions següent:

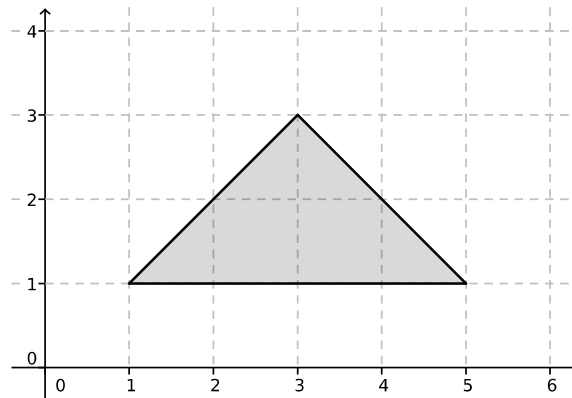
$$\begin{cases} x + y \leq 5 \\ -x + y \leq 1 \\ x + 2y \geq 2 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

i calculeu el màxim de la funció $f(x, y) = 2x + 2y$ en aquesta regió.

[1 punt per la gràfica i 1 punt pel màxim. Total: 2 punts.]

2003 - Sèrie 5 - Qüestió 1

Determineu el sistema de tres inequacions i dues incògnites que té per solució el triangle assenyalat en la gràfica següent, suposant que els costats del triangle també formen part de la solució.



[2 punts]

2004 - Sèrie 1 - Qüestió 3

Representeu gràficament la regió de solucions del sistema d'inequacions següent:

$$\begin{cases} x \leq 4 \\ x + y \geq 2 \\ x - 2y + 4 \geq 0 \end{cases}$$

Calculeu el mínim de la funció $f(x, y) = x - 2y$ en la regió solució del sistema anterior. En quins punts d'aquesta regió s'assoleix aquest mínim?

[1 punt cada apartat]

2004 - Sèrie 1 - Qüestió 4

Decidiu si el polígon de vèrtexs consecutius $A(0,0)$, $B(5,2)$, $C(7,1)$, $D(7,6)$ i $E(0,6)$ és la regió factible d'un problema de programació lineal. Justifiqueu la resposta.

[2 punts. Les respostes sense raonar no puntuen.]

2004 - Sèrie 3 - Qüestió 1

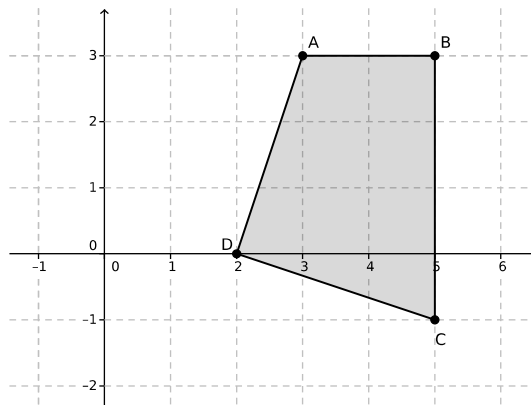
Sigui S la regió del pla de coordenades més grans o igual que zero i tal que els seus punts compleixen que:

- (i) la mitjana aritmètica de les coordenades és menor o igual que 5
 - (ii) el doble de l'abscissa més l'ordenada és més gran o igual que 5
- a) Representeu gràficament el conjunt S .
- b) Determineu en quins punts de S la funció $f(x, y) = 2x + y$ pren el valor màxim.

[1 punt cada apartat]

2004 - Sèrie 3 - Qüestió 2

El quadrilàter $ABCD$ és la regió solució d'un sistema d'inequacions lineals. Els costats del quadrilàter també formen part de la regió solució.

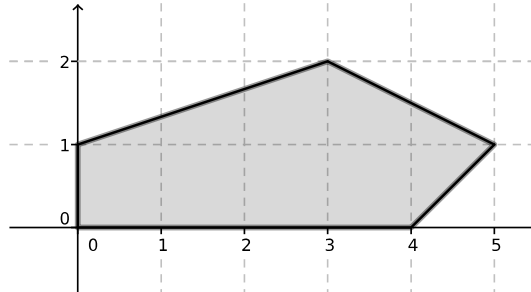


- a) Trobeu el valor màxim i el mínim de la funció $f(x, y) = x + 3y$ en aquesta regió.
- b) En quins punts de la regió solució la funció de l'apartat anterior assoleix el màxim i en quins, el mínim?

[1 punt cada apartat]

2004 - Sèrie 5 - Qüestió 1

Trobeu els punts de la regió del dibuix on la funció $f(x, y) = 2x + 4y + 5$ pren el valor màxim i digueu quin és el benefici màxim.



[2 punts]

2004 - Sèrie 5 - Qüestió 2

Maximitzeu la funció $f(x, y) = 2x - 3y$ amb les restriccions: $x + 2y \leq 24$, $2x + y \leq 10$, $x \geq 0$, $y \geq 0$.

[2 punts. Les respostes sense raonar no puntuen.]

2005 - Sèrie 1 - Qüestió 4

Calculeu en quins punts de la regió determinada pel sistema d'inequacions

$$\begin{cases} x \geq 0, & y \geq 0 \\ 4x + 3y - 4 \geq 0 \\ 3x + 5y \leq 15 \end{cases}$$

la funció $F(x, y) = \frac{4x}{3} + y$ pren els seus valors màxim i mínim, i quins són aquests valors.

[Gràfic: 1 punt; determinació dels punts del contorn i obtenció dels punts extrems: 1 punt. Total: 2 punts.]

2005 - Sèrie 3 - Qüestió 4

a) Resoleu gràficament el sistema d'inequacions

$$\begin{cases} x \leq 5 \\ 2 \leq y \leq 4 \\ y - x \leq 0 \end{cases}$$

b) Trobeu tots els punts (x, y) que siguin solucions enteres del sistema i que compleixin $x = y$.

[1 punt cada apartat]

2005 - Sèrie 4 - Qüestió 2

- a) Determineu la regió solució del sistema i el seu vèrtex:

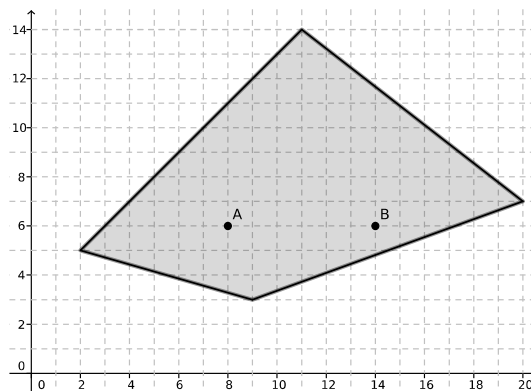
$$\begin{cases} 3x+y \geq 10 \\ x-3y \leq 0 \end{cases}$$

- b) Calculeu el valor de la funció $f(x,y)=x-4y$ en el vèrtex i expliqueu raonadament si correspon a un extrem de $f(x,y)$ i de quina classe és.

[1 punt cada apartat]

2006 - Sèrie 1 - Qüestió 4

La funció objectiu d'un problema de programació lineal és $f(x,y)=ax-by+c$, amb a, b, c nombres positius. Esbrineu a quin dels dos punts A ó B del gràfic la funció objectiu pren un valor major. Raoneu la resposta.



[2 punts]

2006 - Sèrie 3 - Qüestió 1

- a) Representeu la regió solució del sistema d'inequacions lineals següent:

$$\begin{cases} 3x-2y \leq 3 \\ x+y \leq -1 \end{cases}$$

- b) Determineu tres punts d'abscissa $x=-2$ i ordenada entera que siguin solució del sistema.

[1 punt cada apartat]

2006 - Sèrie 3 - Qüestió 2

En un problema de programació lineal la regió factible és el conjunt convex format pel triangle de vèrtexs: $(0,0)$, $(0,1)$ i $(1,0)$. La funció objectiu és paral·lela a la recta $x+y=0$. Trobeu els punts en què la funció objectiu assoleix:

- a) el mínim;
- b) el màxim.

[2 punts]

2006 - Sèrie 4 - Qüestió 3

Afegiu inequacions al sistema

$$\begin{cases} x \leq y \\ 3y \leq x+12 \end{cases}$$

per tal que la regió de les solucions del sistema resultant tingui forma de paral·lelogram. Justifiqueu l'elecció que heu fet.

[2 punts]

2007 - Sèrie 1 - Qüestió 1

Trobeu el màxim de la funció $f(x,y)=5x+y-13$ en la regió tancada definida pel triangle de vèrtexs $A=(2,4)$, $B=(6,8)$ i $C=(7,3)$, així com el punt o els punts on s'obté aquest màxim.

[2 punts]

2007 - Sèrie 2 - Qüestió 3

Considerem el sistema d'inequacions següent:

$$\begin{cases} x+2y \leq 8 \\ x+y \geq 5 \\ x-5y \leq 0 \end{cases}$$

- a) Resoleu-lo gràficament.
- b) Trobeu-ne totes les solucions enteres.

[2 punts]

2007 - Sèrie 2 - Qüestió 4

Trobeu un sistema d'inequacions que tingui com a conjunt de solucions l'interior i els costats del triangle del pla de vèrtexs $(0,0)$, $(2,3)$ i $(3,1)$.

[2 punts]

2007 - Sèrie 3 - Qüestió 3

Considereu el sistema d'inequacions següent:

$$\left. \begin{array}{l} x - y + 1 \geq 0 \\ x + y \geq 1 \\ 5x + y \leq 13 \end{array} \right\}$$

- Representeu gràficament la regió factible.
- Calculeu el màxim de la funció $f(x, y) = x - 3y$ en aquesta regió.

[2 punts]

2007 - Sèrie 3 - Qüestió 4

Escriviu un sistema d'inequacions lineals que doni com a zona solució l'interior del paral·lelogram que té vèrtexs $A(1,1)$, $B(5,5)$, $C(3,8)$ i $D(-1,4)$.

[2 punts]

2008 - Sèrie 2 - Qüestió 1

Considereu el sistema d'inequacions següent:

$$\left. \begin{array}{l} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + 3y \leq 18 \\ x + y \leq 10 \end{array} \right\}$$

- Representeu gràficament la regió de solucions.
- Determineu el màxim de la funció $f(x, y) = 3x + 5y$ en aquesta regió i per a quins valors s'assoleix aquest màxim.
- Determineu el màxim de la funció $f(x, y) = 3x + 3y$ en aquesta regió i per a quins valors s'assoleix aquest màxim.

[1 punt l'apartat a) i 0,5 punts els apartats b) i c)]

2008 - Sèrie 2 - Qüestió 3

En un problema de programació lineal, la regió de solucions és el quadrat de vèrtexs $(1,1)$, $(1,3)$, $(3,3)$ i $(3,1)$, i la funció objectiu és $B(x,y)=3x+2y$.

- Determineu en quin punt és màxima la funció objectiu i quin és aquest valor màxim.
- Doneu un conjunt d'inequacions que determini la regió de solucions.

[1 punt cada apartat]

2008 - Sèrie 4 - Qüestió 3

Considerem el sistema d'inequacions següent:

$$\left. \begin{array}{l} x+4y \geq -11 \\ x+y \geq 4 \\ x-4y \leq -6 \\ x+y \leq 9 \end{array} \right\}$$

- Dibuixeu la regió de solucions del sistema.
- Una funció objectiu $f(x,y)=ax+by+c$ pren el valor mínim en aquesta regió en el punt $(4, 15/4)$. Digueu si també pren el valor mínim en altres punts de la regió i, si és així, determineu-los.

[1 punt cada apartat]

2008 - Sèrie 5 - Qüestió 3

Trobeu un sistema d'inequacions que tingui com a conjunt de solucions l'interior i els costats del triangle de vèrtexs $(0,1)$, $(2,0)$ i $(3,4)$.

[2 punts]

2009 - Sèrie 1 - Qüestió 1

Considereu el sistema d'inequacions següent:

$$\left. \begin{array}{l} 2x+y \leq 10 \\ x+y \leq 8 \\ x \leq 4 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{array} \right\}$$

- Representeu gràficament la regió de solucions.
- Determineu el màxim de la funció $f(x, y) = 2x + y$ en aquesta regió. Digueu per a quins valors s'assoleix aquest màxim.

[1 punt cada apartat]

2009 - Sèrie 3 - Qüestió 2

Considereu la regió determinada pel sistema d'inequacions següent:

$$\left. \begin{array}{l} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x+y \geq 4 \\ -x+y \geq 0 \end{array} \right\}$$

- Representeu aquesta regió.
- Esbrineu si la funció $f(x, y) = x - 3y + 6$ té màxim en aquesta regió i, si escau, trobeu-lo.

[1 punt cada apartat]

2009 - Sèrie 4 - Qüestió 1

Considereu el sistema d'inequacions següent:

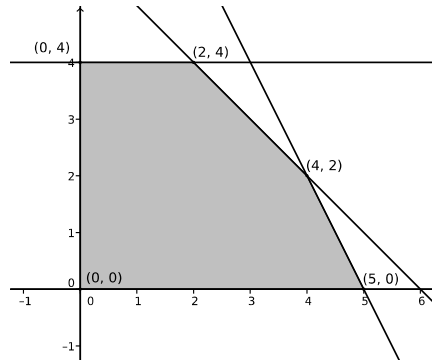
$$\left. \begin{array}{l} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 2x+5y \leq 10 \\ 3x+4y \leq 12 \end{array} \right\}$$

- Dibuixeu la regió de solucions del sistema.
- Determineu el màxim de la funció $f(x, y) = x + 3y$ quan està sotmesa a les restriccions anteriors.

[1 punt cada apartat]

2009 - Sèrie 4 - Problema 5

La figura següent representa la regió de solucions d'un sistema d'inequacions lineals:

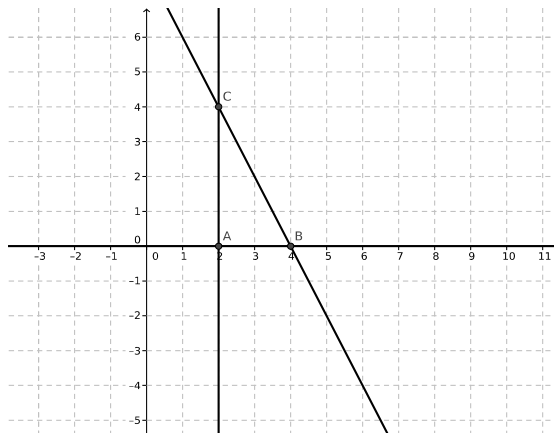


- a) Trobeu el sistema d'inequacions que determina aquesta regió.
- b) Determineu el valor màxim de la funció $f_1(x, y) = x + y + 1$ en aquesta regió, i digueu en quins punts s'assoleix aquest màxim.
- c) Trobeu el valor de a perquè la funció $f_2(x, y) = ax + 2y + 3$ assolixi el màxim en el segment comprès entre els extrems $(4,2)$ i $(5,0)$.
- d) Determineu els valors de a per als quals la funció $f_2(x, y) = ax + 2y + 3$ assolixi el màxim només en el punt $(4,2)$.

[1 punt cada apartat]

2010 - Sèrie 1 - Qüestió 5

Considereu el triangle ABC que es mostra en la figura següent:

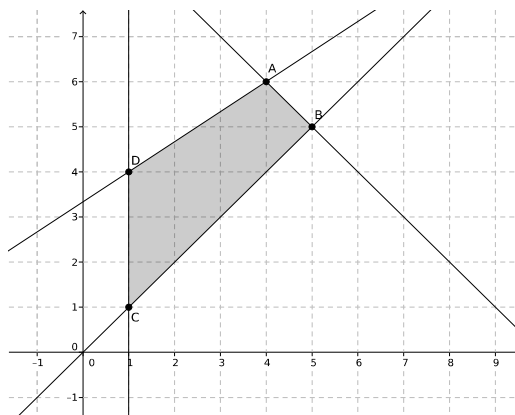


- Escriviu el sistema d'inequacions que determinen el triangle ABC i l'interior d'aquest.
- Indiqueu els punts de la regió indicada en què la funció $z=2x+y$ assoleix el valor màxim.

[1 punt cada apartat]

2010 - Sèrie 2 - Qüestió 4

Considereu la regió del pla representada en la figura següent:

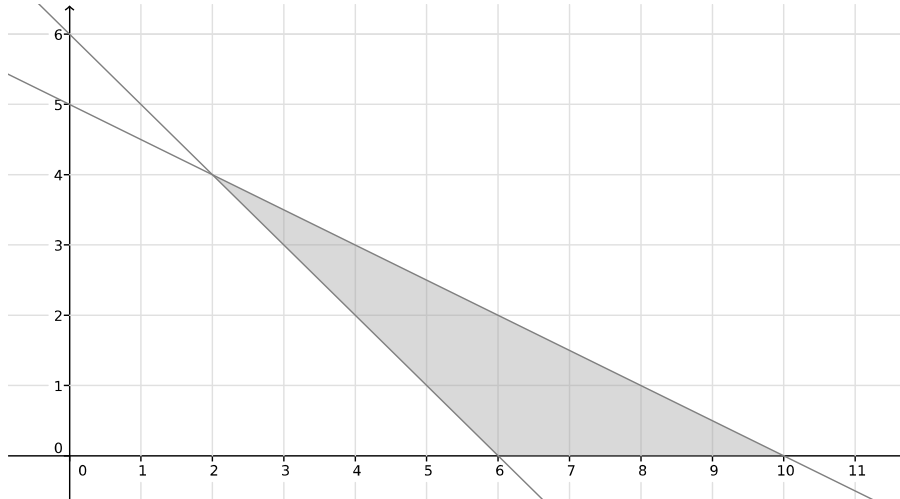


- Determineu les inequacions que defineixen els punts interiors i els punts de la frontera del quadrilàter ABCD.
- Determineu els punts en què s'assoleix el màxim i el mínim de la funció $f(x,y)=2x-2y+7$, i digueu quins són aquests valors.

[1 punt cada apartat]

2011 - Sèrie 1 - Qüestió 2

Considereu la regió ombrejada de la figura següent:



- Determineu el sistema d'inequacions que la delimita.
- Calculeu el valor màxim de la funció $z=x+2y$ en aquesta regió, i indiqueu per a quins valors s'assoleix aquest màxim.

[1 punt cada apartat]

2011 - Sèrie 4 - Qüestió 2

Considereu la regió del pla limitada per les rectes $x=0$, $y=0$, $2x-3y=-6$, $x+3y=15$ i $x=6$.

- Dibuixeu-la, calculeu-ne els vèrtexs i justifiqueu si els punts $P(1, 3)$ i $Q(3, 3)$ pertanyen o no a aquesta regió.
- Calculeu en quins punts d'aquesta regió la funció $f(x, y)=x+4y$ assoleix el valor màxim i el valor mínim, i indiqueu aquests valors.

[1,5 punts l'apartat a i 0,5 punts l'apartat b]

2012 - Sèrie 1 - Qüestió 2

Construïm en el pla el triangle de vèrtexs $A(-3,1)$, $B(1,2)$ i $C(-2,3)$.

- a) Trobeu les inequacions que determinen la regió del pla continguda i sobre els costats del triangle ABC .
- b) Justifiqueu si els punts $P(0,2)$, $Q(2,2)$ i $R(-1,2)$ són interiors, exteriors o es troben sobre els costats del triangle.

[1 punt cada apartat]

2012 - Sèrie 3 - Qüestió 2

Construïm en el pla el quadrilàter de vèrtexs $A(1,1)$, $B(2,4)$, $C(4,5)$ i $D(3,0)$, els costats del qual són els segments AB , BC , CD i DA .

- a) Escriviu les desigualtats que determinen la regió del pla continguda i sobre els costats del quadrilàter $ABCD$.
- b) Feu servir les desigualtats anteriors per a justificar si els punts $P(3,1)$, $Q(3,4)$ i $R(5,2)$ són interiors, exteriors o estan sobre els costats del quadrilàter.

[1 punt cada apartat]